

Lottando per la Coppa

La Coppa America è forse il trofeo sportivo più antico e prestigioso ancora oggi in palio. Mentre sto scrivendo sono in corso le semifinali della selezione che dovrà stabilire la barca sfidante che poi correrà la coppa vera e propria. Vediamo come si può usare *Mathematica* per prevedere il futuro.

Introduzione

La Coppa America è un trofeo velico che viene messo in palio dal 1851. La partecipazione a questa gara è estremamente impegnativa e intere fortune sono state investite per la sua conquista. All'edizione di quest'anno, che si svolge in Nuova Zelanda, partecipano 11 *team* sfidanti (5 americani, 1 italiano, 1 giapponese, 1 francese, 1 spagnolo, 1 australiano, 1 svizzero) e 1 *team* detentore della coppa (**NewZealand**). La selezione del team sfidante (che vincerà anche la *Louis Vuitton Cup*) è molto laboriosa. Si sono svolti 3 gironi all'italiana tra tutti gli sfidanti (i cosiddetti *Round Robin*) con rispettivamente 1, 4 e 9 punti per vittoria. Le prime 6 squadre classificate disputano le semifinali: 2 gironi all'italiana con 1 punto per vittoria. Le prime due classificate delle semifinali disputano la *Louis Vuitton Cup* (al meglio di 9 incontri, 25/1-4/2) e la vincente incontra infine **NewZealand** per la Coppa America (al meglio di 9 incontri, 19/2-4/3).

A questo punto il lettore si dirà: "Sì va be' ma che c'entra *Mathematica*?".

Il punto è che dopo un po' di incontri sorge il problema di quali squadre possono ancora passare il turno, quali sono già eliminate e quali sono matematicamente qualificate.

In genere queste valutazioni le si trovano sui giornali e spesso sono delle "perle" agghiaccianti. Cito testualmente da un articolo del "Nostro Inviato" pubblicato in data 7/1/2000 su uno dei più autorevoli quotidiani italiani: "È difficile fare previsioni con quanti punti due sole barche arriveranno alla finale di questa lunghissima Lois Vuitton Cup.



Con dieci regate si può arrivare ad un massimo di dieci punti. Ma ci arriveranno tutti? È molto difficile viste le condizioni del tempo così variabili e le sfortune che capitano a tutti."

A parte le condizioni del tempo e la sfortuna, è davvero MOLTO difficile che in un torneo all'italiana TUTTI vincano TUTTE le partite (in genere quando uno vince c'è qualcun altro che perde).



Facile ironia a parte (l'intera frase riacquista senso se a: *ci arriveranno tutti?* si sostituisce: *ci arriverà qualcuno?*) l'analisi combinatoria di tutti i risultati possibili è un problema non banale. In questo articolo vediamo di affrontarlo con l'aiuto di *Mathematica*.

L'algoritmo

Mettiamoci nella situazione del 8/12/1999 quando la formazione svizzera si era già ritirata e restavano 10 squadre in campo e 22 incontri da disputare. Diamo alle squadre nomi di due lettere (YA: **Young Australia**, AY: **Young America**, A1: **America One**, NP: **Nippon**, SP: **España**, DF: **La Defi Française**, SS: **Star & Stripes**, AT: **America True**, LR: **Luna Rossa**, AB: **Abracadabra**) e scriviamo la classifica sotto forma di polinomio:

```
In[1]:=
squadre={YA,AY,A1,NP,SP,DF,SS,AT,LR,AB};
```

```
In[2]:=
classifica=
{YA,AY,A1,NP,SP,DF,SS,AT,LR,AB}.
{18,42,81,83.5,44,32,63.5,83,82,34}
```

```
Out[2]=
34 AB + 83 AT + 42 AY + 81 A1 + 32 DF + 82 LR +
83.5 NP + 44 SP + 63.5 SS + 18 YA
```

Le partite ancora da giocare sono scritte come una lista di coppie di squadre.

```
In[3]:=
part={{AB,YA},{A1,NP},{DF,SS},{LR,SP},
{AT,NP},{AY,A1},{DF,SP},{LR,YA},{AB,SS},
{AT,LR},{AY,SP},{A1,DF},{NP,YA},{AB,LR},
{AT,AY},{A1,SS},{DF,YA},
{AB,NP},{AT,DF},{AY,YA},
{SP,SS},{AY,DF}};
```

L'idea che sta alla base dell'analisi è la generazione di tutte le possibili classifiche distinte che si possono verificare dopo le partite ancora restanti.

Questo si può fare con una riga di codice piuttosto ostica:

```
In[3]:=
Union[(Plus@@#)&/@
Flatten[Outer[List,Sequence@part],Length[part]-1]]
```

Vediamo come si ragiona trattando un esempio formato da solo tre partite

```
In[4]:=
Flatten[Outer[List,{a,b},{a,c},{b,c}],2]
Out[4]=
{{a,a,b},{a,a,c},{a,c,b},{a,c,c},
{b,a,b},{b,a,c},{b,c,b},{b,c,c}}
```

Il prodotto esterno tra 3 insiemi di 2 elementi ha 8 elementi se l'operatore è **List** si ottengono tutti gli insiemi dei possibili vincitori delle 8 partite. Per ottenere una sola lista e non un tensore si deve applicare **Flatten** due volte. Applicando **Plus** ad ogni sottolista si ottiene l'elenco delle possibili classifiche in forma di polinomio, **Union** elimina le ripetizioni.

```
In[5]:=
```

```
Union[(Plus@@#)&/@
Flatten[Outer[List,{a,b},{a,c},
{b,c}],2]]
```

```
Out[5]=
{2a+b, a+2b, 2a+c, a+b+c, 2b+c, a+2c, b+2c}
```

In questo esempio abbiamo esaminato tutte le possibili classifiche di un torneo all'italiana di 3 squadre ottenendo 7 possibili classifiche.

La funzione **comb[v]** esplora i risultati delle prime **v** partite della lista **pp**.

```
In[6]:=
comb[v_]:=
pp=Take[part,v];
rr=Union[(Plus@@#)&/@
Flatten[Outer[List,Sequence@pp],
Length[pp]-1]];
rr)
```



Nel nostro caso se proviamo ad applicare questo metodo alle 22 partite in questione si scopre che 200Mb di RAM al **Kernel** non sono sufficienti a generare le 4.194.304 possibili classifiche. Il meglio che si può fare è esplorare il risultato di 18 partite, ottenendo 85312 possibili classifiche (invece delle 2^{18} teoricamente possibili)

```
In[7]:=
Timing[rr1=comb[18];
Length[rr1]]
```

```
Out[7]=
{72.9333 Second, 85312}
```

È possibile fare qualcosa di più usando un trucco. La funzione **comb[u,v]** esplora i risultati delle partite dalla **u** alla **v** nella lista **pp**.

```
In[8]:=
comb[u_,v_]:=
pp=Take[part,{u,v}];
rr=Union[(Plus@@#)&/@
Flatten[Outer[List,Sequence@pp],
Length[pp]-1]];
rr)
```

Le prime 4 partite hanno 16 possibili classifiche parziali.

```
In[9]:=
(comb4=comb[4])//ColumnForm
```

Out[9]=

```
AB + A1 + DF + LR
AB + DF + LR + NP
AB + A1 + DF + SP
AB + DF + NP + SP
AB + A1 + LR + SS
AB + LR + NP + SS
AB + A1 + SP + SS
AB + NP + SP + SS
A1 + DF + LR + YA
DF + LR + NP + YA
A1 + DF + SP + YA
DF + NP + SP + YA
A1 + LR + SS + YA
LR + NP + SS + YA
A1 + SP + SS + YA
NP + SP + SS + YA
```

Le restanti 18 ne hanno 78424.

In[10]:=

```
rr3=comb[5,22];
Length[rr3]
```

Out[10]=

78424

Combinando per 16 volte distinte la classifica attuale più una classifica parziale delle prime 4 partite più le 78424 classifiche parziali delle ultime 18 si possono esaminare tutti i casi possibili.

Con un'ulteriore analisi del tipo che verrà esposto nel paragrafo seguente già al 8 dicembre si poteva affermare che **Luna Rossa**, **America One**, **Nippon** e **America True** erano matematicamente passati alle semifinali.

Il giorno dopo (9/12) le 4 partite erano state giocate e le combinazioni rimaste erano solo 78424.

Il giorno 10/12 rimanevano da giocare 14 partite e le combinazioni rimaste erano solo 10896, le squadre in semifinale erano ancora solo 4 ma **Young Australia** era già matematicamente eliminata.

Il giorno 11/12 rimanevano da giocare 9 partite e le combinazioni rimaste erano solo 384, anche **España** era già matematicamente eliminata.

Il giorno 12/12 rimanevano da giocare 5 partite, le combinazioni rimaste erano 32, e anche **Abracadabra** era matematicamente fuori.



Quello che è successo poi non è stato né sportivo né matematico **America True** si è rifiutata di correre contro **La Defi Française** condannando **Young America** all'eliminazione.

L'Analisi delle semifinali

Le semifinali si svolgono con un doppio girone all'italiana per un totale di trenta partite.

Con buona pace del "Nostro Inviato" alcune considerazioni sono ovvie:

- ✓ I punti a disposizione sono 30;
- ✓ una squadra può fare al massimo 10 punti;
- ✓ se una squadra fa 10 punti la seconda può farne al massimo 8;
- ✓ qualunque cosa succeda nelle prime 5 partite tutto è ancora possibile infatti se nel girone di ritorno i risultati si invertono tutte le 6 squadre finiscono a 5 punti e siamo daccapo.

Per questo partiamo con l'analisi dalla fine della sesta giornata, quando mancano da giocare 13 partite (4 giornate piene più un recupero).

La situazione si è complicata perché **DF** è stata penalizzata di 0.5 punti per aver speronato **SS** e **SS** di un punto per avere corso la prima regata con un timone irregolare.

La classifica dopo 17 partite era la seguente:

In[1]:=

```
squadre={A1,NP,DF,SS,AT,LR};
classifica=5 A1 + 4 LR + 3 SS + 2 NP + AT + 0.5 DF;
part={{AT,SS},{AT,A1},{DF,NP},{LR,SS},
{AT,NP},{A1,LR},{DF,SS},{AT,SS},{A1,NP},
{DF,LR},{AT,DF},{A1,SS},
{LR,NP}};
```

In un secondo si calcolano le 1444 possibili combinazioni

In[2]:=

```
Timing[rr3=comb[13];]
Length[rr3]
```

Out[2]=

```
{1.06667 Second, Null}
1444
```

L'analisi della classifica avviene



con i passi seguenti.

Si scrive una funzione che trasforma il polinomio in una classifica ordinata per punti decrescenti

```
In[3]:=
pol2cl[item_] :=
Reverse[Sort[List@@#&/@
List@@Expand[classifica+ item]]];
```

E lo si applica a tutte le classifiche.

```
In[4]:=
cp=pol2cl/@rrr3;
```

Quindi si scrive una funzione che data una classifica estrae i due semifinalisti (in caso di pari merito si estraggono tutti quelli non eliminati).

```
In[5]:=
choose2[x_] := (
y={x[[1]]};
i=2;
While [(i<6) &&
((Length[y]<2) ||
(x[[i,1]]==Last[y][[1]])),
AppendTo[y,x[[i+1]]];
y)
```

```
In[6]:=
cls=Union[choose2/@cp];
Length[cls]
```

```
Out[6]=
182
```

Si vede che i possibili risultati utili si sono ridotti a 182 (non interessa come sono messi i perdenti)

La riga seguente calcola le squadre matematicamente escluse

```
In[37]:=
Complement[squadre,
Intersection[squadre, Flatten[cls]]]
```

```
Out[37]=
{} 
```

E quest'altra quelle matematicamente in finale

```
In[38]:=
Intersection[
Sequence@@(Transpose[#][[2]]&/@cls)]
```

```
Out[38]=
{} 
```

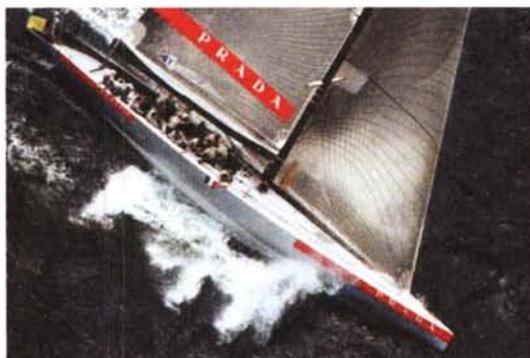
Quindi al 9 di Gennaio nulla era ancora deciso.

I giorni successivi la situazione era la seguente:

	10/1	11/1	12/1	13/1
Partite rimanenti:	10	7	4	1
Possibili classifiche:	438	94	16	2
Possibili risultati utili:	57	26	7	2
Squadre escluse:	DF	AT,DF	AT,DF,NP	AT,DF,NP
Squadre in finale:	-	A1	A1	A1

Osservazioni:

- ✓ 10/1 sia i giornali che il sito Internet della Coppa davano per matematicamente fuori **America True**, mentre esisteva una (astratta) possibilità di avere un strana classifica finale con **America 1** a 7 punti e altre 4 squadre a 5 punti, compreso **America True**.
- ✓ 11/1 **Luna Rossa** ha perso per un incollatura da **America 1** e il team americano è in finale, speriamo che non gli venga la voglia di fare vincere gli altri per fregare noi!
- ✓ 13/1 Guarda caso **America 1** ha perso con **Star e Stripes** e resta una sola regata (di recupero) e un probabile spareggio tra **Luna Rossa** e **Star e Stripes**. A questo punto anche il "Nostro Inviato" sarebbe in grado di fare le previsioni combinatorie.
- ✓ 14/1 **America True** ha fatto il miracolo, battendo **Star e Stripes** e noi siamo ammessi alla finale degli sfidanti.



Conclusioni

Quando ho spedito l'articolo erano in corso le finali della *Louis Vuitton Cup*, voi sapete come è andata a finire (stavolta senza bisogno di analisi combinatoria).

MS

Le immagini pubblicate sono state riprese dal sito <http://www.lunarossa.it>