

Parole Crociate Crittografate (soluzione assistita)

Ritorniamo a parlare di enigmistica con un problema classico, le parole crociate crittografate, che si presta bene ad essere attaccato in molti modi diversi.

1. Il problema

Il problema seguente è comparso nel numero 3431 de la *Settimana Enigmistica*. A numero uguale corrisponde lettera uguale e il lettore deve completare lo schema sfruttando il suggerimento.

| | | | | | | | | | | | | |
|----|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | R | O | N |
| 3 | 9 | 8 | 4 | 9 | 5 | 7 | 3 | 2 | 10 | | | 10 |
| 6 | 9 | 5 | 9 | 8 | 4 | 10 | 2 | 8 | | 11 | 11 | |
| 10 | 2 | 7 | 3 | 4 | 12 | 10 | 13 | 13 | 5 | 4 | 3 | |
| 3 | 2 | 5 | 6 | 12 | 8 | 12 | 10 | 13 | 10 | | 12 | |
| 9 | 8 | 4 | 12 | 3 | 7 | 5 | 4 | 3 | 2 | 6 | 5 | |
| 8 | 9 | 3 | 2 | 1 | 8 | 4 | 10 | 2 | 5 | 3 | | |
| 2 | 8 | 9 | 2 | 8 | 5 | 11 | | 10 | | 14 | 5 | |
| 3 | 2 | 5 | 10 | 13 | 3 | 8 | | 4 | 3 | 12 | | |
| 2 | 5 | 3 | 12 | 12 | 5 | 14 | 3 | 15 | 5 | 8 | 4 | 10 |
| 5 | 8 | 8 | 10 | 8 | 13 | 5 | 14 | 5 | 10 | 2 | | |

Figura 1

Il primo passo è quello di inserire i caratteri della traccia (una voce dello schema di pochi caratteri lasciata in chiaro) nelle caselle contenenti i numeri corrispondenti. Grazie a tale operazione si cominciano già ad intuire alcune voci. Si procede poi per tentativi, spesso partendo dalle voci più lunghe, ancora incomplete. Dopo che questa fase di tentativi ci ha portato all'individuazione di un paio di voci e relative sostituzioni numeri-caratteri, la risoluzione dello schema procede speditamente. Talvolta ci si può bloccare a causa di pigrizia o distra-

zione, perché magari non si è effettuato l'inserimento corretto e completo dei caratteri scoperti, problema che non si verifica se decidiamo di risolvere il gioco, mediante l'ausilio del calcolatore.

Di fronte ad un problema di questo genere sono molte le possibili divagazioni informatiche che vengono in mente. Facciamo qualche esempio:

- Problemi di gestione dei dati (ad esempio stampa dello schema);
- Generazione automatica di problemi;
- Risoluzione automatica di problemi;
- Risoluzione manuale di problemi, assistita dal calcolatore.

In questo articolo ci occupiamo del primo e dell'ultimo di questi esempi, l'obiettivo è quello di fare pratica con la programmazione funzionale non numerica di *Mathematica* maneggiando dati abbastanza "divertenti".

Il problema di una risoluzione automatica verrà trattato in un prossimo articolo, quello della generazione automatica lo trascureremo (non abbiamo certo intenzione di fare concorrenza alle riviste di enigmistica).

2. Rappresentazione del problema

Vediamo innanzitutto come rappresentare e trattare il problema. Lo schema della rivista viene tradotto in una matrice a valori interi dove lo 0 rappresenta il quadratino nero:

| | | | | | | | | | | | | |
|----|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 0 | 6 | 0 | 7 | 0 | 2 | 8 | 4 |
| 3 | 0 | 9 | 8 | 4 | 9 | 5 | 7 | 3 | 2 | 10 | 0 | 10 |
| 6 | 9 | 5 | 0 | 9 | 8 | 4 | 10 | 2 | 8 | 0 | 11 | 11 |
| 10 | 2 | 0 | 7 | 3 | 4 | 12 | 10 | 13 | 13 | 5 | 4 | 3 |

```

0 3 2 5 6 12 8 12 10 13 10 0 12
0 9 8 4 12 3 7 5 4 3 2 6 5
8 0 9 3 2 1 8 4 10 2 5 3 0
2 8 9 2 8 5 0 11 0 10 0 14 5
3 2 5 10 0 13 3 0 8 0 4 3 12
2 5 3 12 12 5 14 3 15 5 8 4 10
5 8 0 8 10 0 8 13 5 14 5 10 2

```

Questo file viene letto in una matrice **B**:

```

In[1]:=
file=OpenRead["3142"];
B=ReadList[file,Number,
RecordLists->True];
Close[file];
{m,n}=Dimensions[B];

```

I valori nulli vengono sostituiti con il carattere "*". Viene creata anche una matrice **A** che conterrà la soluzione e che, per ora, è uguale a **B**. Inoltre una matrice **M** con **0** nella posizione delle caselle nere e **1** altrove servirà a disegnare il grafico dello schema:

```

In[2]:=
B=B/.{0->"*"};
M=B/.{"*"->0,?NumberQ->1};
A=B;

```

Il suggerimento della rivista (la parola RON in alto a destra) viene inserito nella matrice **A** al posto dei numeri:

```

In[23]:=
A[[1,11]]="R";
A[[1,12]]="O";
A[[1,13]]="N";

```

La funzione **Pmat** stampa lo schema delle caselle bianche e nere per mezzo della funzione **ListDensityPlot**:

```

In[4]:=
Pmat:=
ListDensityPlot[Reverse[M],
FrameTicks->None];
p[{{x_,y_}}:={y-1+0.01,m-x+1};

```

La funzione **lettcas** e **numcas** stampa le lettere presenti nella matrice **A** in nero e al centro del quadrato. L'uso della primitiva **Text** è cambiato nel passaggio dalla versione 2.0 a quella 3.0, ora esiste l'opzione **TextStyle** che permette di determinare in che modo viene stampato il testo (per maggiori dettagli consultare il manuale o la documentazione in linea). Ecco le due varianti per **lettcas**:

```

In[5]:= (* versione 2.0 )
lettcas[___]:=0;
lettcas[i_,j_]:=Text[
FontForm[ToString[A[[i,j]]],
{"Courier",24}],

```

```

{j-0.4,m-i+0.4},{0,0}];
LetterQ[A[[i,j]]];

```

```

In[5]:= (* versione 3.0 )
lettcas[___]:=0;
lettcas[i_,j_]:=Text[ToString[A[[i,j]]],
{j-0.4,m-i+0.4},{0,0},
TextStyle->{FontSize->24}];
LetterQ[A[[i,j]]];

```

La funzione **numcas** stampa i numeri presenti nella matrice **B** in rosso in alto a sinistra:

```

In[6]:=
numcas[___]:=0;
numcas[i_,j_]:=Text[
ToString[B[[i,j]]],
{j-1+0.25,m-i+1-0.2},{0,0}];
NumberQ[B[[i,j]]];

```

La funzione **showtab** mette tutto insieme, stampando lo schema, i numeri rossi di **B** e le lettere di **A**:

```

In[7]:=
showtab:=(
Block[{$DisplayFunction=Identity},
tab=Pmat;
aaa=Select[
Flatten[Array[lettcas,{m,n}]],
#!=0&];
bbb=Select[
Flatten[Array[numcas,{m,n}]],
#!=0&];
Show[tab,Graphics[{{aaa,Red,bbb}},
AspectRatio->m/n];)
showtab

```

A questo punto si ottiene lo schema già visto in figura 1.

Il primo passo che farebbe un risolutore umano sarebbe di usare il suggerimento ovunque possibile. Per fare questo accoppiamo i casi in cui in **B** c'è un numero e in **A** una lettera e ricaviamone una regola di sostituzione (vedi incorniciato):

```

In[8]:=
rule=Rule@@#&/@Select[Union[
Transpose[{Flatten[B],Flatten[A]}],
LetterQ[#[[2]]]&]

```

```

Out[8]=
{2->R, 4->N, 8->O}

```

Si noti che la **InputForm** di questa lista di regole contiene gli apici perché le lettere sono caratteri e non simboli:

```

In[9]:=
rule//InputForm

```

```

Out[9]=

```

```
{2->"R", 4->"N", 8->"O"}
```

Applicando la regola ad A lo schema si evolve:

```
In[10]:=
A=A/.rule;
showtab
```

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|--|---|--|---|--|---|--|---|--|---|--|---|--|---|--|---|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|--|
| 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | 6 | | 7 | | 8 | | 9 | | 10 | | 11 | | 12 | | 13 | | 14 | | 15 | | 16 | | 17 | | 18 | | 19 | | 20 | | 21 | | 22 | | 23 | | 24 | | 25 | | 26 | | 27 | | 28 | | 29 | | 30 | | 31 | | 32 | | 33 | | 34 | | 35 | | 36 | | 37 | | 38 | | 39 | | 40 | | 41 | | 42 | | 43 | | 44 | | 45 | | 46 | | 47 | | 48 | | 49 | | 50 | | 51 | | 52 | | 53 | | 54 | | 55 | | 56 | | 57 | | 58 | | 59 | | 60 | | 61 | | 62 | | 63 | | 64 | | 65 | | 66 | | 67 | | 68 | | 69 | | 70 | | 71 | | 72 | | 73 | | 74 | | 75 | | 76 | | 77 | | 78 | | 79 | | 80 | | 81 | | 82 | | 83 | | 84 | | 85 | | 86 | | 87 | | 88 | | 89 | | 90 | | 91 | | 92 | | 93 | | 94 | | 95 | | 96 | | 97 | | 98 | | 99 | | 100 | | 101 | | 102 | | 103 | | 104 | | 105 | | 106 | | 107 | | 108 | | 109 | | 110 | | 111 | | 112 | | 113 | | 114 | | 115 | | 116 | | 117 | | 118 | | 119 | | 120 | | 121 | | 122 | | 123 | | 124 | | 125 | | 126 | | 127 | | 128 | | 129 | | 130 | | 131 | | 132 | | 133 | | 134 | | 135 | | 136 | | 137 | | 138 | | 139 | | 140 | | 141 | | 142 | | 143 | | 144 | | 145 | | 146 | | 147 | | 148 | | 149 | | 150 | | 151 | | 152 | | 153 | | 154 | | 155 | | 156 | | 157 | | 158 | | 159 | | 160 | | 161 | | 162 | | 163 | | 164 | | 165 | | 166 | | 167 | | 168 | | 169 | | 170 | | 171 | | 172 | | 173 | | 174 | | 175 | | 176 | | 177 | | 178 | | 179 | | 180 | | 181 | | 182 | | 183 | | 184 | | 185 | | 186 | | 187 | | 188 | | 189 | | 190 | | 191 | | 192 | | 193 | | 194 | | 195 | | 196 | | 197 | | 198 | | 199 | | 200 | | 201 | | 202 | | 203 | | 204 | | 205 | | 206 | | 207 | | 208 | | 209 | | 210 | | 211 | | 212 | | 213 | | 214 | | 215 | | 216 | | 217 | | 218 | | 219 | | 220 | | 221 | | 222 | | 223 | | 224 | | 225 | | 226 | | 227 | | 228 | | 229 | | 230 | | 231 | | 232 | | 233 | | 234 | | 235 | | 236 | | 237 | | 238 | | 239 | | 240 | | 241 | | 242 | | 243 | | 244 | | 245 | | 246 | | 247 | | 248 | | 249 | | 250 | | 251 | | 252 | | 253 | | 254 | | 255 | | 256 | | 257 | | 258 | | 259 | | 260 | | 261 | | 262 | | 263 | | 264 | | 265 | | 266 | | 267 | | 268 | | 269 | | 270 | | 271 | | 272 | | 273 | | 274 | | 275 | | 276 | | 277 | | 278 | | 279 | | 280 | | 281 | | 282 | | 283 | | 284 | | 285 | | 286 | | 287 | | 288 | | 289 | | 290 | | 291 | | 292 | | 293 | | 294 | | 295 | | 296 | | 297 | | 298 | | 299 | | 300 | | 301 | | 302 | | 303 | | 304 | | 305 | | 306 | | 307 | | 308 | | 309 | | 310 | | 311 | | 312 | | 313 | | 314 | | 315 | | 316 | | 317 | | 318 | | 319 | | 320 | | 321 | | 322 | | 323 | | 324 | | 325 | | 326 | | 327 | | 328 | | 329 | | 330 | | 331 | | 332 | | 333 | | 334 | | 335 | | 336 | | 337 | | 338 | | 339 | | 340 | | 341 | | 342 | | 343 | | 344 | | 345 | | 346 | | 347 | | 348 | | 349 | | 350 | | 351 | | 352 | | 353 | | 354 | | 355 | | 356 | | 357 | | 358 | | 359 | | 360 | | 361 | | 362 | | 363 | | 364 | | 365 | | 366 | | 367 | | 368 | | 369 | | 370 | | 371 | | 372 | | 373 | | 374 | | 375 | | 376 | | 377 | | 378 | | 379 | | 380 | | 381 | | 382 | | 383 | | 384 | | 385 | | 386 | | 387 | | 388 | | 389 | | 390 | | 391 | | 392 | | 393 | | 394 | | 395 | | 396 | | 397 | | 398 | | 399 | | 400 | | 401 | | 402 | | 403 | | 404 | | 405 | | 406 | | 407 | | 408 | | 409 | | 410 | | 411 | | 412 | | 413 | | 414 | | 415 | | 416 | | 417 | | 418 | | 419 | | 420 | | 421 | | 422 | | 423 | | 424 | | 425 | | 426 | | 427 | | 428 | | 429 | | 430 | | 431 | | 432 | | 433 | | 434 | | 435 | | 436 | | 437 | | 438 | | 439 | | 440 | | 441 | | 442 | | 443 | | 444 | | 445 | | 446 | | 447 | | 448 | | 449 | | 450 | | 451 | | 452 | | 453 | | 454 | | 455 | | 456 | | 457 | | 458 | | 459 | | 460 | | 461 | | 462 | | 463 | | 464 | | 465 | | 466 | | 467 | | 468 | | 469 | | 470 | | 471 | | 472 | | 473 | | 474 | | 475 | | 476 | | 477 | | 478 | | 479 | | 480 | | 481 | | 482 | | 483 | | 484 | | 485 | | 486 | | 487 | | 488 | | 489 | | 490 | | 491 | | 492 | | 493 | | 494 | | 495 | | 496 | | 497 | | 498 | | 499 | | 500 | | 501 | | 502 | | 503 | | 504 | | 505 | | 506 | | 507 | | 508 | | 509 | | 510 | | 511 | | 512 | | 513 | | 514 | | 515 | | 516 | | 517 | | 518 | | 519 | | 520 | | 521 | | 522 | | 523 | | 524 | | 525 | | 526 | | 527 | | 528 | | 529 | | 530 | | 531 | | 532 | | 533 | | 534 | | 535 | | 536 | | 537 | | 538 | | 539 | | 540 | | 541 | | 542 | | 543 | | 544 | | 545 | | 546 | | 547 | | 548 | | 549 | | 550 | | 551 | | 552 | | 553 | | 554 | | 555 | | 556 | | 557 | | 558 | | 559 | | 560 | | 561 | | 562 | | 563 | | 564 | | 565 | | 566 | | 567 | | 568 | | 569 | | 570 | | 571 | | 572 | | 573 | | 574 | | 575 | | 576 | | 577 | | 578 | | 579 | | 580 | | 581 | | 582 | | 583 | | 584 | | 585 | | 586 | | 587 | | 588 | | 589 | | 590 | | 591 | | 592 | | 593 | | 594 | | 595 | | 596 | | 597 | | 598 | | 599 | | 600 | | 601 | | 602 | | 603 | | 604 | | 605 | | 606 | | 607 | | 608 | | 609 | | 610 | | 611 | | 612 | | 613 | | 614 | | 615 | | 616 | | 617 | | 618 | | 619 | | 620 | | 621 | | 622 | | 623 | | 624 | | 625 | | 626 | | 627 | | 628 | | 629 | | 630 | | 631 | | 632 | | 633 | | 634 | | 635 | | 636 | | 637 | | 638 | | 639 | | 640 | | 641 | | 642 | | 643 | | 644 | | 645 | | 646 | | 647 | | 648 | | 649 | | 650 | | 651 | | 652 | | 653 | | 654 | | 655 | | 656 | | 657 | | 658 | | 659 | | 660 | | 661 | | 662 | | 663 | | 664 | | 665 | | 666 | | 667 | | 668 | | 669 | | 670 | | 671 | | 672 | | 673 | | 674 | | 675 | | 676 | | 677 | | 678 | | 679 | | 680 | | 681 | | 682 | | 683 | | 684 | | 685 | | 686 | | 687 | | 688 | | 689 | | 690 | | 691 | | 692 | | 693 | | 694 | | 695 | | 696 | | 697 | | 698 | | 699 | | 700 | | 701 | | 702 | | 703 | | 704 | | 705 | | 706 | | 707 | | 708 | | 709 | | 710 | | 711 | | 712 | | 713 | | 714 | | 715 | | 716 | | 717 | | 718 | | 719 | | 720 | | 721 | | 722 | | 723 | | 724 | | 725 | | 726 | | 727 | | 728 | | 729 | | 730 | | 731 | | 732 | | 733 | | 734 | | 735 | | 736 | | 737 | | 738 | | 739 | | 740 | | 741 | | 742 | | 743 | | 744 | | 745 | | 746 | | 747 | | 748 | | 749 | | 750 | | 751 | | 752 | | 753 | | 754 | | 755 | | 756 | | 757 | | 758 | | 759 | | 760 | | 761 | | 762 | | 763 | | 764 | | 765 | | 766 | | 767 | | 768 | | 769 | | 770 | | 771 | | 772 | | 773 | | 774 | | 775 | | 776 | | 777 | | 778 | | 779 | | 780 | | 781 | | 782 | | 783 | | 784 | | 785 | | 786 | | 787 | | 788 | | 789 | | 790 | | 791 | | 792 | | 793 | | 794 | | 795 | | 796 | | 797 | | 798 | | 799 | | 800 | | 801 | | 802 | | 803 | | 804 | | 805 | | 806 | | 807 | | 808 | | 809 | | 810 | | 811 | | 812 | | 813 | | 814 | | 815 | | 816 | | 817 | | 818 | | 819 | | 820 | | 821 | | 822 | | 823 | | 824 | | 825 | | 826 | | 827 | | 828 | | 829 | | 830 | | 831 | | 832 | | 833 | | 834 | | 835 | | 836 | | 837 | | 838 | | 839 | | 840 | | 841 | | 842 | | 843 | | 844 | | 845 | | 846 | | 847 | | 848 | | 849 | | 850 | | 851 | | 852 | | 853 | | 854 | | 855 | | 856 | | 857 | | 858 | | 859 | | 860 | | 861 | | 862 | | 863 | | 864 | | 865 | | 866 | | 867 | | 868 | | 869 | | 870 | | 871 | | 872 | | 873 | | 874 | | 875 | | 876 | | 877 | | 878 | | 879 | | 880 | | 881 | | 882 | | 883 | | 884 | | 885 | | 886 | | 887 | | 888 | | 889 | | 890 | | 891 | | 892 | | 893 | | 894 | | 895 | | 896 | | 897 | | 898 | | 899 | | 900 | | 901 | | 902 | | 903 | | 904 | | 905 | | 906 | | 907 | | 908 | | 909 | | 910 | | 911 | | 912 | | 913 | | 914 | | 915 | | 916 | | 917 | | 918 | | 919 | | 920 | | 921 | | 922 | | 923 | | 924 | | 925 | | 926 | | 927 | | 928 | | 929 | | 930 | | 931 | | 932 | | 933 | | 934 | | 935 | | 936 | | 937 | | 938 | | 939 | | 940 | | 941 | | 942 | | 943 | | 944 | | 945 | | 946 | | 947 | | 948 | | 949 | | 950 | | 951 | | 952 | | 953 | | 954 | | 955 | | 956 | | 957 | | 958 | | 959 | | 960 | | 961 | | 962 | | 963 | | 964 | | 965 | | 966 | | 967 | | 968 | | 969 | | 970 | | 971 | | 972 | | 973 | | 974 | | 975 | | 976 | | 977 | | 978 | | 979 | | 980 | | 981 | | 982 | | 983 | | 984 | | 985 | | 986 | | 987 | | 988 | | 989 | | 990 | | 991 | | 992 | | 993 | | 994 | | 995 | | 996 | | 997 | | 998 | | 999 | | 1000 | | 1001 | | 1002 | | 1003 | | 1004 | | 1005 | | 1006 | | 1007 | | 1008 | | 1009 | | 1010 | | 1011 | | 1012 | | 1013 | | 1014 | | 1015 | | 1016 | | 1017 | | 1018 | | 1019 | | 1020 | | |
|---|--|---|--|---|--|---|--|---|--|---|--|---|--|---|--|---|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|--|

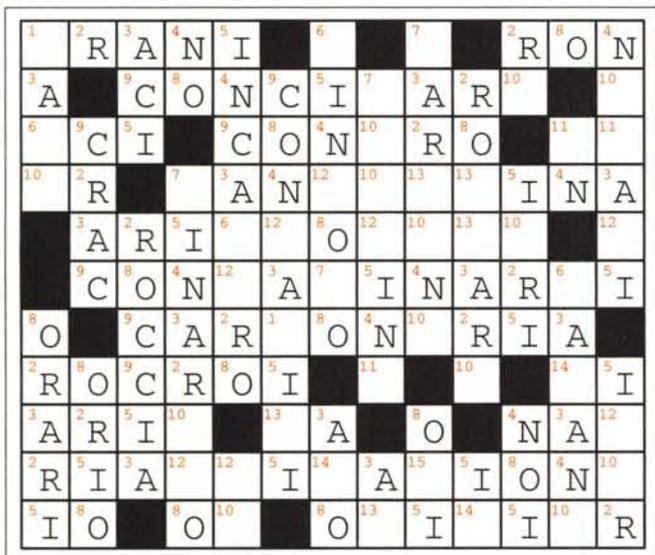


Figura 3

però le regole di sostituzione per riempire lo schema. La parola più lunga è evidentemente CONTAMINARSI.

```
In[2]:=
A=A/.{12->"T",7->"M",6->"S"};
showtab
```

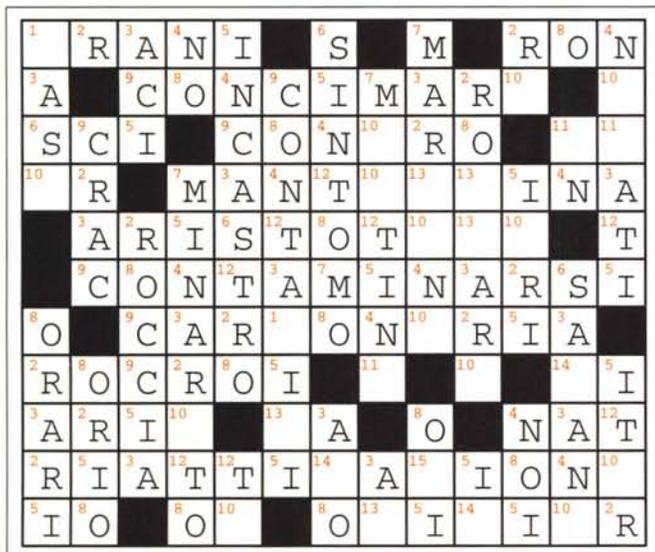


Figura 4

E ora salta agli occhi ARISTOTELE.

Programmazione funzionale in Mathematica

Per chi ha cominciato da poco a lavorare con *Mathematica* alcune delle notazioni usate nei programmi precedenti possono sembrare esercizi di sintassi ostrogota. Vediamo di spiegare in maggiore dettaglio alcuni dei costrutti più comuni con le loro abbreviazioni

Map[f, lista] abbreviato in **f/@lista** forma la lista delle applicazioni di **f** agli elementi di **lista**:

```
In[1]:=
f/@{1,2,3}
```

```
Out[1]=
{f[1], f[2], f[3]}
```

La funzione può essere una funzione pura, cioè una espressione nell'argomento # che termina con il simbolo &:

```
In[2]:=
#^2&/@{1,2,3}
```

```
Out[2]=
{1, 4, 9}
```

Se si applica una funzione ad una lista di liste, la valutazione si ferma al primo livello (a meno che **f** non abbia lo speciale attributo **Listable**):

```
In[3]:=
f/@{{1,2,3},{4,5,6}}
```

```
Out[3]=
{f[{1, 2, 3}], f[{4, 5, 6}]}
```

f/@#& è una funzione pura che applica **f** agli elementi di una lista. Applicandola ad una matrice (una lista di liste) si ottiene la matrice delle valutazioni:

```
In[4]:=
f/@#&/@{{1,2,3},{4,5,6}}
```

```
Out[4]=
f[1] f[2] f[3]
f[4] f[5] f[6]
```

Una regola di sostituzione ha l'**head Rule** e si abbrevia con il simbolo ->:

```
In[5]:=
Rule[a,b]
```

```
Out[5]=
a -> b
```

Applicando **Rule** ad una matrice si sostituisce una riga nell'altra:

```
In[6]:=
Rule@{{a,b},{c,d}}
```

```
Out[6]=
{a, b} -> {c, d}
```

Se si vuole sostituire una lista di coppie si deve usare una funzione pura:

Continua a pag. 298

Segue da pag. 297

```
In[7]:=
Rule@#&/@{ {a,A}, {b,B}, {c,C} }
```

```
Out[7]=
{a -> A, b -> B, c -> C}
```

E se gli elementi da sostituire sono quelli corrispondenti di due liste di uguale lunghezza, si deve usare **Transpose** per creare la lista di coppie:

```
In[8]:=
Rule@#&/@Transpose[{ {a,b,c}, {A,B,C} ]}
```

```
Out[8]=
{a -> A, b -> B, c -> C}
```

Infine notiamo che nelle regole di sostituzione si possono usare i **Pattern**. Per esempio, se vogliamo sostituire gli asterischi in 0 e tutti i numeri in 1 possiamo fare:

```
In[9]:=
InputForm[
{"*", 1, 2, 3, 4, "*", "pippo"} /.
{"*" -> 0, _?NumberQ -> 1}]
```

```
Out[9]=
{0, 1, 1, 1, 1, 0, "pippo"}
```

```
In[3]:=
A=A /. {10->"E", 13->"L"};
showtab
```

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|---|---|---|----|----|----|----|----|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|
| 1 | | 2 | R | 3 | A | 4 | N | 5 | I | 6 | S | 7 | M | 8 | R | 9 | O | 10 | N | |
| 3 | A | | 9 | C | 8 | O | 4 | N | 9 | C | 5 | I | 7 | M | 3 | A | 2 | R | 10 | E |
| 6 | S | 9 | C | 5 | I | | 9 | C | 8 | O | 4 | N | 10 | E | 2 | R | 8 | O | 11 | G |
| 10 | E | 2 | R | | 7 | M | 3 | A | 4 | N | 12 | 10 | 13 | 13 | 5 | 4 | 3 | | | |
| | | 3 | A | 2 | R | 5 | 6 | I | 6 | S | 12 | 8 | 12 | 10 | 11 | 10 | 13 | | | |
| | | 9 | C | 8 | 4 | 12 | 3 | 7 | 1 | 5 | 4 | 3 | 2 | 6 | 5 | | | | | |
| 8 | O | | 9 | C | 3 | A | 2 | R | 1 | 6 | 4 | 10 | E | 2 | R | 5 | 3 | | | |
| 2 | R | 8 | O | 9 | C | 2 | R | 8 | 5 | | 11 | | | 10 | | | 14 | 5 | | |
| 3 | A | 2 | R | 5 | 10 | E | | 11 | 3 | | 8 | | | 4 | 3 | 13 | | | | |
| 2 | R | 5 | 3 | 12 | 12 | 5 | 14 | 3 | 15 | 5 | 8 | 4 | | | 10 | | | | | |
| 5 | I | 8 | | 8 | 10 | E | | 8 | 13 | 5 | 14 | 5 | 10 | 2 | | | | | | |

Figura 5

La scoperta di MEETING e CARBONERIA ci dà altre due lettere.

```
In[4]:=
A=A /. {11->"G", 1->"B"};
showtab
```

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|---|---|---|----|----|----|----|----|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|
| 1 | B | 2 | R | 3 | A | 4 | N | 5 | I | 6 | S | 7 | M | 8 | R | 9 | O | 10 | N | |
| 3 | A | | 9 | C | 8 | O | 4 | N | 9 | C | 5 | I | 7 | M | 3 | A | 2 | R | 10 | E |
| 6 | S | 9 | C | 5 | I | | 9 | C | 8 | O | 4 | N | 10 | E | 2 | R | 8 | O | 11 | G |
| 10 | E | 2 | R | | 7 | M | 3 | A | 4 | N | 12 | 10 | 13 | 13 | 5 | 4 | 3 | | | |
| | | 3 | A | 2 | R | 5 | 6 | I | 6 | S | 12 | 8 | 12 | 10 | 11 | 10 | 13 | | | |
| | | 9 | C | 8 | 4 | 12 | 3 | 7 | 1 | 5 | 4 | 3 | 2 | 6 | 5 | | | | | |
| 8 | O | | 9 | C | 3 | A | 2 | R | 1 | 6 | 4 | 10 | E | 2 | R | 5 | 3 | | | |
| 2 | R | 8 | O | 9 | C | 2 | R | 8 | 5 | | 11 | | | 10 | | | 14 | 5 | | |
| 3 | A | 2 | R | 5 | 10 | E | | 11 | 3 | | 8 | | | 4 | 3 | 13 | | | | |
| 2 | R | 5 | 3 | 12 | 12 | 5 | 14 | 3 | 15 | 5 | 8 | 4 | | | 10 | | | | | |
| 5 | I | 8 | | 8 | 10 | E | | 8 | 13 | 5 | 14 | 5 | 10 | 2 | | | | | | |

Figura 6

Infine è facile trovare con RIATTIVAZIONE le ultime due lettere mancanti.

```
In[1]:=
A=A /. {14->"V", 15->"Z"};
```

```
howtab
```

ME

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|---|---|---|----|----|----|----|----|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|
| 1 | B | 2 | R | 3 | A | 4 | N | 5 | I | 6 | S | 7 | M | 8 | R | 9 | O | 10 | N | |
| 3 | A | | 9 | C | 8 | O | 4 | N | 9 | C | 5 | I | 7 | M | 3 | A | 2 | R | 10 | E |
| 6 | S | 9 | C | 5 | I | | 9 | C | 8 | O | 4 | N | 10 | E | 2 | R | 8 | O | 11 | G |
| 10 | E | 2 | R | | 7 | M | 3 | A | 4 | N | 12 | 10 | 13 | 13 | 5 | 4 | 3 | | | |
| | | 3 | A | 2 | R | 5 | 6 | I | 6 | S | 12 | 8 | 12 | 10 | 11 | 10 | 13 | | | |
| | | 9 | C | 8 | 4 | 12 | 3 | 7 | 1 | 5 | 4 | 3 | 2 | 6 | 5 | | | | | |
| 8 | O | | 9 | C | 3 | A | 2 | R | 1 | 6 | 4 | 10 | E | 2 | R | 5 | 3 | | | |
| 2 | R | 8 | O | 9 | C | 2 | R | 8 | 5 | | 11 | | | 10 | | | 14 | 5 | | |
| 3 | A | 2 | R | 5 | 10 | E | | 11 | 3 | | 8 | | | 4 | 3 | 13 | | | | |
| 2 | R | 5 | 3 | 12 | 12 | 5 | 14 | 3 | 15 | 5 | 8 | 4 | | | 10 | | | | | |
| 5 | I | 8 | | 8 | 10 | E | | 8 | 13 | 5 | 14 | 5 | 10 | 2 | | | | | | |

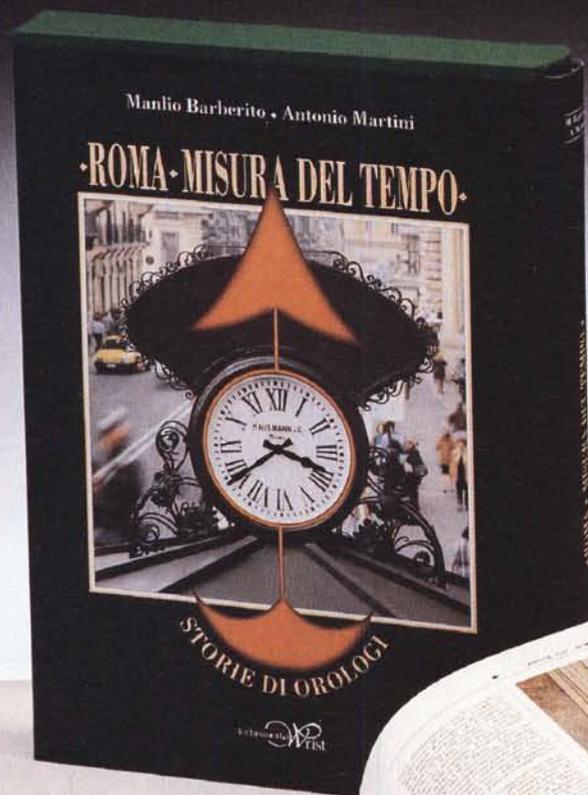
Figura 7

Bibliografia

La Settimana Enigmistica, n. 3431, 27 Dicembre 1997, problema n. 3142, pag. 7.

UN VIAGGIO ALLA SCOPERTA DI ROMA

ATTRAVERSO I SUOI
OROLOGI E,
SOPRATTUTTO,
LE STORIE LEGATE
AD ESSI. NELLE 352
PAGINE, AMPIAMENTE
ILLUSTRATE,
SI ALTERNANO I
MONUMENTI PIÙ
FAMOSI E GLI
ANFRATTI PIÙ MINUTI,
NOTI SOLO A QUEI
POCHI APPASSIONATI
E STUDIOSI DI ROMA
CHE HANNO SAPUTO
DEDICARE TANTO
MINUZIOSO IMPEGNO
ALLO SCOPARNE
I SEGRETI.



Per ordinare
"Roma Misura del Tempo"
servirsi del tagliando
pubblicato in fondo alla rivista,
indicando il codice Roma
Il prezzo è di 160.000 lire.
Il volume è in vendita anche presso
le migliori librerie di Roma.

technimedia **Wrist**

Via C. Perrier, 9 - Tel. 06/41892477
Fax 06/41892504 - 00157 ROMA