

MATHEMATICA 3.0

Dopo una lunga attesa è finalmente disponibile la versione 3.0

di *Mathematica*, piena di moltissime novità (specialmente nel *Front End*).

Come vi avevo promesso sono riuscito ad avere direttamente dalla Wolfram in anteprima per MC la versione 3.0beta2 (mi è arrivata ai primi di luglio) e vi anticipo quelle che mi sembrano le caratteristiche principali. Ovviamente può darsi che, mentre mi leggete, abbiate già sul

tavolo la versione definitiva con ulteriori modifiche ed alcune delle cose che racconto possono non essere più attuali

In[4]:= **Solve**[$x^4 + 2 \lambda x^2 + \gamma == 0$, x]

Out[4]:= $\left\{ \left\{ x \rightarrow -\sqrt{-\lambda - \sqrt{\lambda^2 - \gamma}}, \left\{ x \rightarrow \sqrt{-\lambda - \sqrt{\lambda^2 - \gamma}}, \right. \right. \right.$
 $\left. \left. \left\{ x \rightarrow -\sqrt{\sqrt{\lambda^2 - \gamma} - \lambda}, \left\{ x \rightarrow \sqrt{\sqrt{\lambda^2 - \gamma} - \lambda} \right\} \right\} \right\}$

In[5]:= $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$

Out[5]:= $\frac{\pi^2}{6}$

Figura 1

Introduzione

Installazione

Mathematica arriva con un CD-Rom multipiattaforma, 3 manuali, tra cui il nuovo libro: *The Mathematica Book*, (terza edizione), ora edito direttamente dalla Wolfram-Media. Nel pacco sono presenti le informazioni necessarie per la registrazione e l'installazione della versione per cui si è pagato. La versione che ho provato era per *Macintosh* ed ho usato due *PowerPc* 601 con 40 e 48 Mbyte di RAM. L'installazione è stata rapida e senza problemi (la *password* era acclusa nella lettera di accompagnamento, non so se per la versione commerciale si debba chiedere la *password* alla Wolfram oppure se arriva con il pacco).

Requisiti di sistema

Sul *Macintosh* una installazione completa richiede circa 80 Mbyte di disco (si possono risparmiare eseguendo direttamente la versione su CD, con gli ovvi rallentamenti) e almeno 9 Mbyte sui 680x0 di RAM e 16 Mbyte sui *PowerPc*. La richiesta di memoria sul *PowerPC* si riduce di circa 9 Mbyte se *Ram Doublor* o la memoria virtuale sono attivi. In pratica

per divertirsi con la versione Macintosh serve un *PowerPc* con almeno 24 Mbyte di RAM (i nuovi Performa a 220 MHz vanno come razzi). L'uso di *Ram Doublor* è quasi obbligatorio: contrariamente a quanto si crede questa utilità fa comodo davvero quando la memoria è tanta, mentre è quasi inutile quando è poca (come diceva mia nonna: non si può cavare sangue da una rapa).

Altre piattaforme

Non ho fatto esperimenti e non so nulla dell'implementazioni sulle altre piattaforme: *Mathematica 3.0* è annunciata per Windows 95, Linux (INTEL), OSF (Digital), AIX (IBM), HP-UX (HP), NEXTSTEP, IRIX (Silicon Graphics), NEWS (Sony RISC News), SUN/OS (SUN), Solaris(SUN).

Il nuovo FrontEnd

Il *FrontEnd* è stato completamente rifatto ed ha molte caratteristiche nuove. Vediamole una per una:

Il formato del Notebook

- Il formato dei file *Notebook* è stato completamente modificato: i nuovi file hanno l'estensione *.nb* invece che *.ma* e i



file .mb non servono più, i *Package* conservano l'estensione .m. (sul Mac le estensioni non sono indispensabili ma conviene lasciarle per favorire la portabilità). I vecchi file .ma vengono convertiti automaticamente quando sono aperti per la prima volta dalla nuova versione.

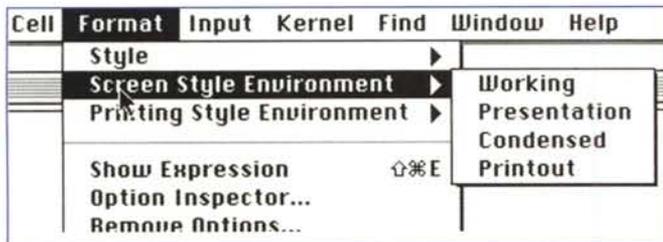
- Un *Notebook* è ora una espressione *Mathematica* ed essendo in formato *ascii* può essere trasferito o trasmesso senza problemi.
- Esiste un comando del *Kernel* **NotebookConvert** che effettua la stessa conversione (ottimo per convertire in *batch* interi archivi).

La notazione tradizionale

Il *Notebook* permette di usare la notazione tradizionale che rende migliore la leggibilità degli output. Sono stati introdotti anche i simboli speciali e le lettere greche. In **Figura 1** vediamo un esempio di risoluzione di una equazione biquadratica di quarto grado e il calcolo di una somma infinita. Viene presentato qui a fianco. Le celle di input possono essere immesse sia in forma lineare (come si faceva per le versioni precedenti) che in forma tradizionale, in questo ultimo caso sono però possibili delle ambiguità di valutazione dovute alla scarsa uniformità della notazione matematica tradizionale (sviluppata prima dell'avvento dei linguaggi formali). Il *Kernel* avverte del pericolo di ambiguità quando queste sono possibili.

Stili e modi di presentazione

L'organizzazione dei fogli di stile prevede 4 formati *default* per la visione sullo schermo, tutti modificabili dall'utente: (**Figura 2**)



- **Working:** è un formato di lavoro.
- **Presentation:** è un formato più grosso adatto alla creazione di lucidi o a presentazioni su schermo.
- **Condensed:** è un formato più compresso adatto per quando si ha tanta roba sullo schermo.
- **Printout:** è un formato adatto alla stampa su un foglio di carta.

Gli stessi formati sono disponibili per la stampa; è così possibile lavorare in modo **Working** e stampare in modo **Presentation** (o viceversa).

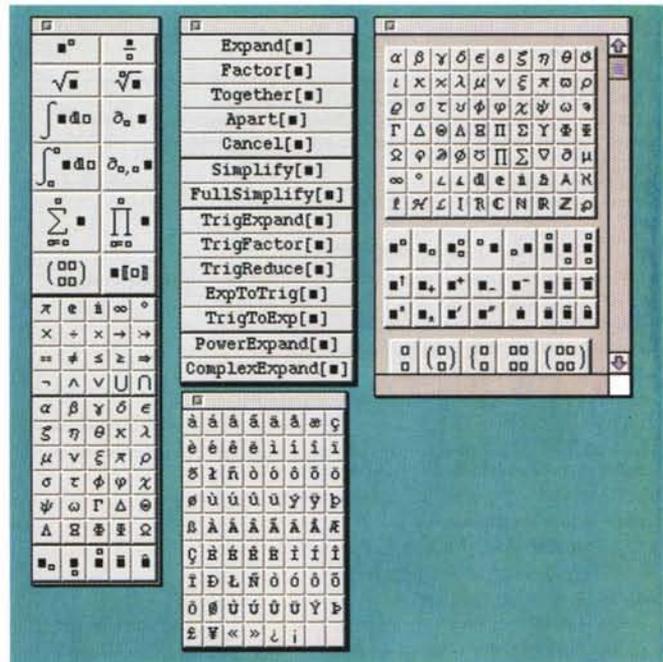
I link ipertestuali

È possibile definire dei *link* ipertestuali (come in HTML) che permettono di saltare con un click da un punto all'altro di un documento o tra un documento e l'altro, che rende molto più agevo-

le la scrittura di applicazioni didattiche in *Mathematica*.

Le palette

Sono state introdotte le *palette* che permettono un facile input dei caratteri speciali: tre delle cinque palette disponibili sono presentate in **Figura 3**. L'utente dovrebbe potersi definire *palette* a piacere e creare bottoni all'interno dei *Notebook* (il condizionale è d'obbligo perché non ho ancora provato a farlo).



La documentazione in linea

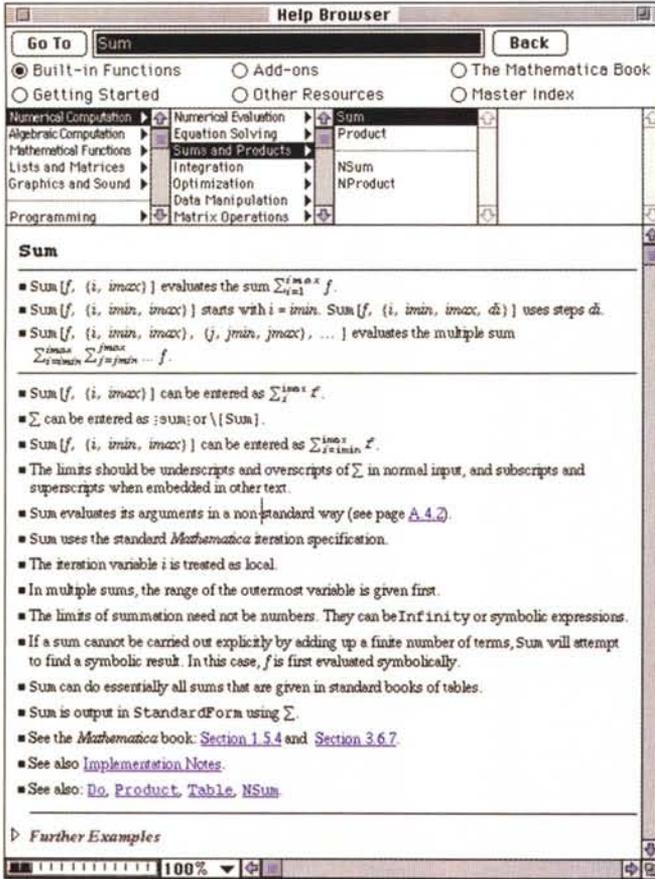
Il sistema di documentazione in linea è molto evoluto e consiste essenzialmente di due strumenti.

La finestra di Help

Permette di consultare in modo ipertestuale sei categorie di oggetti:

- **Built-in Functions:** tutte le funzioni del *Kernel* divise per categorie, vedi in **Figura 4** l'esempio per **Sum** (parole rosse, sottolineate sono *hyperlink* attivi);
- **Getting Started:** le informazioni essenziali per partire, più qualche consiglio in caso di guai;
- **Add-ons:** i *Package Standard* installati con l'applicazione, le informazioni su *MathLink*;
- **Other Resources:** la lista dei comandi dei menu, delle scorciatoie di tastiera, gli indirizzi utili (Wolfram), i prodotti collegati a *Mathematica*;
- **The Mathematica Book:** la copia ipertestuale del libro di Stephen Wolfram (terza edizione);
- **Master Index:** l'indice di tutti i nomi.

Ogni pagina del *Browser* è un *Notebook* che risiede sull'*hard disk* e può essere aperto ed editato.



L'Help a basso livello

Il comando `??nome` eseguito dal Kernel permette di avere informazioni su qualunque parola chiave conosciuta (Figura 5).

`in[2]:= ?? Oscillatory`

```
Oscillatory is a choice for the option Method of NIntegrate. Method ->
Oscillatory should be used only with integrands that contain one of the
following oscillating functions: w in {Sin, Cos, BesselJ, BesselY}, 1,
e. f[x] w[x], and where the 1-dimensional range of integration
contains at least one Infinity. The arguments to the oscillating
functions should not be polynomials, but be some multiple of the
integration variable in some power (Sin[9 x^6] instead of Sin[5 x^7+x^
3 *x]). When Bessel-functions are used the method might be slow.
```

```
Attributes[Oscillatory] = {Protected}
```

Possibilità di esportazione

I *Notebook* della versione 3 possono essere esportati in vari formati: *Notebook 2.0*, *text*, *Package*, *TeX*, *HTML*. Le ultime due possibilità rendono molto semplice creare libri didattici e siti ipermediali con *Mathematica*. Non ho fatto prove in proposito, mi riservo di occupare le future lunghe notti invernali per scrivere un articolo dedicato a questo argomento.

Il Kernel

La maggior parte dei cambiamenti sono aggiunte di nuove

Bibliografia

Stan Wagon, **Guida a Mathematica** (Mc Graw-Hill, Milano, 1995)

Stephen Wolfram, **The Mathematica Book, 3rd ed.** (Wolfram Media/Cambridge University Press, 1996)

funzioni; esistono comunque alcuni cambiamenti incompatibili con la versione precedente.

Principali incompatibilità

- I nomi dei nuovi oggetti possono essere in conflitto con nomi precedentemente usati dall'utente.
- **N[expr, n]** ora cerca sempre di dare **n** cifre esatte invece di partire semplicemente con **n** cifre.
- Le espressioni contenenti numeri approssimati sono convertite in forma numerica prima della valutazione. Questo accorgimento può rendere estremamente più efficienti i programmi dei principianti (un errore comune era la creazione e la valutazione simbolica di enormi espressioni che solo alla fine erano valutate numericamente).
- Molte espressioni che prima rimanevano in forma simbolica ora vengono valutate.
Per esempio: `Floor[(7/3)^20]` produce 22884198.
- **Plus** e **Times** ora applicano le definizioni interne prima di quelle dell'utente: diviene così impossibile ottenere `2+2=5`.
- I costrutti della versione 1, obsoleti nella versione 2, non sono più supportati nella versione 3. Ciò significa che i pacchetti molto vecchi devono venire pesantemente riadattati.

Alcune novità

Non ho né il tempo né lo spazio per elencare tutte le novità del *Kernel*, ne elenco solo quelle che mi hanno maggiormente colpito. Nell'integrazione definita è stato introdotto un potente meccanismo per il controllo dei casi speciali. In **Figura 6** ne viene presentato un esempio insieme alla *palette* usata per l'input delle formule in forma tradizionale.

```
in[6]:= Integrate[x^-alpha, {x, 0, 1}]
```

```
Out[6]= If[Re(alpha) < 1, 1/(1-alpha) * Integrate[x^-alpha dx, {x, 0, 1}]]
```

```
in[7]:= Integrate[x^-alpha, {x, 0, 1},
Assumptions -> alpha < 1/Sqrt[2]]
```

```
Out[7]= 1/(1-alpha)
```

L'integrale tra 0 e 1 di $x^{-\alpha}$ è definito solo se la parte reale di α è minore di uno, se si chiede a *Mathematica* di valutarlo viene resa una espressione condizionale. È possibile fare delle assunzioni che possono permettere di ottenere un risultato preciso.



Radici di polinomi

Un'altra novità significativa è la funzione **Root** che rappresenta in forma simbolica la k-esima soluzione di una equazione polinomiale. **N[Root[...]]** calcola una approssimazione numerica. Esistono anche le funzioni **ToRadical** che cerca di convertire espressioni contenenti **Root** in radicali e **ToRoot** che trasforma espressioni contenenti **Root** in un singolo oggetto **Root**.

Per un esempio si veda la **Figura 7** (per qualcosa di analogo scritto per la versione 2.0 si veda il §10.5 del libro di Wagon).

radici.nb -BETA VERSION-

Radice simbolica di un polinomio di terzo grado

```
In[1]:= r1 = Root[1 - #1 + #1^3 &, 1]
```

```
Out[1]:= Root[1 - #1 + #1^3 &, 1]
```

... in forma numerica approssimata

```
In[2]:= N[r1, 30]
```

```
Out[2]:= -1.32471795724474602596090885448
```

... in forma radicale

```
In[3]:= ToRadicals[r1]
```

$$\text{Out[3]} = -\left(\frac{2}{3(9-\sqrt{69})}\right)^{1/3} - \frac{\left(\frac{1}{2}(9-\sqrt{69})\right)^{1/3}}{3^{2/3}}$$

La stessa espressione si otteneva per risoluzione diretta

```
In[4]:= x /. Solve[x^3 - x + 1 == 0, x][[1, 1]]
```

$$\text{Out[4]} = -\left(\frac{2}{3(9-\sqrt{69})}\right)^{1/3} - \frac{\left(\frac{1}{2}(9-\sqrt{69})\right)^{1/3}}{3^{2/3}}$$

Un'espressione Root (tranne casi particolari) si ottiene per i polinomi di grado superiore al quarto:

```
In[5]:= r3 = x /. Solve[x^5 - x + 2 == 0, x][[3, 1]]
```

```
Out[5]:= Root[2 - #1 + #1^5 &, 3]
```

Esiste un polinomio di grado 15 che ha come radice r1+r2:

```
In[6]:= RootReduce[r1 + r3]
```

$$\text{Out[6]} = \text{Root}[49 + 45 \#1 + 56 \#1^2 - 11 \#1^3 + 190 \#1^4 + 50 \#1^5 - 42 \#1^6 - 202 \#1^7 + 105 \#1^8 - 5 \#1^9 - 14 \#1^{10} + 7 \#1^{11} + 5 \#1^{12} - 5 \#1^{13} + \#1^{15} \&, 3]$$

Esempio finale: risoluzione di equazioni di quinto grado

Come ciliegina sulla torta ho preso da *MathSource* (/Applications/Mathematics/Pure/0207-199) il *Notebook Diff Resolvent.ma*, che presenta un metodo di risoluzione generale per le equazioni di quinto grado della forma $x^5 - x - p = 0$. Gli altri *Notebook* del pacchetto mostrano tra l'altro come ridursi a questo caso e il tutto è riassunto in un poster.

La **Figura 8** mostra la soluzione dell'equazione espressa in termini della funzione ipergeometrica ${}_4F_3$.

$$\begin{aligned} \text{Out[15]} = & \left\{ x \rightarrow \frac{1}{4} {}_4F_3 \left(\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}; \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}; \frac{3125\rho^4}{256} \right) \rho - \right. \\ & \frac{5}{32} \rho^2 {}_4F_3 \left(\frac{7}{10}, \frac{9}{10}, \frac{11}{10}, \frac{13}{10}; \frac{5}{4}, \frac{3}{2}, \frac{4}{4}; \frac{3125\rho^4}{256} \right) - \\ & \frac{5}{32} \rho^2 {}_4F_3 \left(\frac{9}{20}, \frac{13}{20}, \frac{17}{20}, \frac{21}{20}; \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \frac{3}{2}; \frac{3125\rho^4}{256} \right) - \\ & \left. {}_4F_3 \left(-\frac{1}{20}, \frac{3}{20}, \frac{7}{20}, \frac{11}{20}; \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}; \frac{3125\rho^4}{256} \right) \right\} \\ x \rightarrow & \frac{5}{32} {}_4F_3 \left(\frac{9}{20}, \frac{13}{20}, \frac{17}{20}, \frac{21}{20}; \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \frac{3}{2}; \frac{3125\rho^4}{256} \right) \rho^2 + \\ & \frac{1}{4} {}_4F_3 \left(\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}; \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}; \frac{3125\rho^4}{256} \right) \rho - \\ & \frac{5}{32} \rho^2 {}_4F_3 \left(\frac{7}{10}, \frac{9}{10}, \frac{11}{10}, \frac{13}{10}; \frac{5}{4}, \frac{3}{2}, \frac{4}{4}; \frac{3125\rho^4}{256} \right) + \\ & \left. {}_4F_3 \left(-\frac{1}{20}, \frac{3}{20}, \frac{7}{20}, \frac{11}{20}; \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}; \frac{3125\rho^4}{256} \right) \right\} \\ x \rightarrow & -\rho {}_4F_3 \left(\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}; \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}; \frac{3125\rho^4}{256} \right) \\ x \rightarrow & \frac{5}{32} {}_4F_3 \left(\frac{7}{10}, \frac{9}{10}, \frac{11}{10}, \frac{13}{10}; \frac{5}{4}, \frac{3}{2}, \frac{4}{4}; \frac{3125\rho^4}{256} \right) \rho^5 + \\ & \frac{1}{4} {}_4F_3 \left(\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}; \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}; \frac{3125\rho^4}{256} \right) \rho - \\ & \frac{5}{32} \rho^2 {}_4F_3 \left(\frac{9}{20}, \frac{13}{20}, \frac{17}{20}, \frac{21}{20}; \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \frac{3}{2}; \frac{3125\rho^4}{256} \right) + \\ & \left. F_3 \left(-\frac{1}{20}, \frac{3}{20}, \frac{7}{20}, \frac{11}{20}; \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}; \frac{3125\rho^4}{256} \right) \right\} \\ x \rightarrow & \frac{5}{32} {}_4F_3 \left(\frac{7}{10}, \frac{9}{10}, \frac{11}{10}, \frac{13}{10}; \frac{5}{4}, \frac{3}{2}, \frac{4}{4}; \frac{3125\rho^4}{256} \right) \rho^3 + \\ & \frac{5}{32} {}_4F_3 \left(\frac{9}{20}, \frac{13}{20}, \frac{17}{20}, \frac{21}{20}; \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \frac{3}{2}; \frac{3125\rho^4}{256} \right) \rho^2 + \\ & \frac{1}{4} {}_4F_3 \left(\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}; \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}; \frac{3125\rho^4}{256} \right) \\ & \left. \rho - {}_4F_3 \left(-\frac{1}{20}, \frac{3}{20}, \frac{7}{20}, \frac{11}{20}; \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}; \frac{3125\rho^4}{256} \right) \right\} \end{aligned}$$

(Come dimostrato da Abel l'equazione di quinto grado non ha soluzioni in termini di radicali). Il risultato, ottenuto in pochi minuti convertendo il *Notebook* alla versione 3 (e correggendo un piccolo errore nella versione originale) è conforme a quello pubblicato sul poster.

Indirizzi utili

Generale: www.wolfram.com; e-mail: info@wolfram.com

Supporto Tecnico (per gli utenti registrati): e-mail: support@wolfram.com

Suggerimenti: e-mail: suggestions@wolfram.com

Commenti: e-mail: comments@wolfram.com

FAQ: www.wolfram.com/faq

MathSource: www.wolfram.com/mathsource;

<ftp://mathsource.wolfram.com>

MathUser Newsletter: www.wolfram.com/mathuser

Newsgroup: news:comp.soft.sys.math.mathematica;
www.wolfram.com/mathgroup;

Wolfram Media, Inc.: www.wolfram-media.com; e-mail: info@wolfram-media.com

Distributore Italiano (è cambiato!): SciSoft, Via Amendola, 12, 10121 Torino, Tel: 011-5176580, Fax: 011-5176293; e-mail: info@scisoft.it