Contiamo "Contiamo"!

Gli articoli scelti da Giustozzi per gli Intelligiochi sono sempre una miniera di idee per mettere alla prova Mathematica *e presentarvi esempi sempre più complicati. Non vi meraviglierete quindi se (con qualche mese di ritardo) riprendo il discorso sul gioco "Contiamo" trattato nel numero di giugno*

Francesco Romani

L'antefatto

Nel numero di giugno di MC c'è un interessante articolo sul gioco "Contiamo" che consiste nel costruire un numero di 3 cifre applicando le 4 operazioni elementari su 6 numeri dati, utilizzando ogni numero non più di una volta. Una lunga corrispondenza telematica tra Marco Salamanca e Nicola Salmoria ha permesso a quest'ultimo di scrivere un complicato programma C che risolve il problema in tempo reale. Gran parte della corrispondenza verte sulla dimensione dello spazio da esplorare per cercare una soluzione. In questo articolo riprendo in mano la questione, approfondendo il discorso sul numero dei numeri generabili (da qui il titolo), e presentando anche qualche metodo per generarli tutti. I programmi presentati non sono certamente competitivi rispetto al codice C ottimizzato di Nicola ma sono compatti e spero che siano istruttivi per chi deve trattare con *Mathematica* problemi combinatori.

Gli alberi di computazione

Una qualsiasi espressione aritmetica (ad esempio (2+3)*5) può essere rappresentata in molti modi. La notazione infissa con le eventuali parentesi è quella studiata alle elementari, ma come poi si scopre nei corsi di introduzione ai linguaggi formali è quella meno facile da maneggiare. Più criptiche ma anche più facilmente trattabili con programmi che fanno uso di stringhe sono la notazione polacca diretta (* + 2 3 5) e inversa (2 3 + 5 *); è però fondamentale rendersi conto che tutte queste notazioni non sono che un modo per rappresentare gli alberi di computazione che sono la vera struttura portante delle espressioni aritmetiche (e di tanta roba ancora). Gli alberi sono una struttura bidimensionale, facile da rappresentare in memoria attraverso i puntatori, un po' più difficile da disegnare e la loro rappresentazione lineare più naturale è forse la notazione prefissa con le parentesi (Moltiplica[Somma[2,3],5]). Essendo la struttura interna di *Mathematica* completamente organizzata in quest'ultimo modo, abbiamo scelto la notazione prefissa per rappresentare la nostre espressioni.
Per andare avanti ci serve uno strumento di rappresentazione grafica degli alberi di computazione. Quello che segue è un rimaneggiamento di una routine della Wolfram (presente nel pacchetto **DiscreteMath`Tree`**) che permette di disegnare l'albero associato ad una qualunque espressione. La mia modifica permette di disegnare più alberi in uno stesso grafico, arrangiandone 3 per riga se il numero delle espressioni è multiplo di 3. Il programma non è commentato perché non l'ho studiato a fondo ma solo riadattato ai miei scopi.
In[1]:=

```
ListExprPlot[l_List] :=
  Show[GraphicsArray[Map[ExprPlot,l]]];
ListExprPlot[l_List] :=
  Show[GraphicsArray[
    Partition[Map[ExprPlot,l],{3}]]]/;
(Length[l]>3)&&(Mod[Length[l],3]==0);
ExprPlot[expr_] :=
  Graphics[ExprPlot0[{expr}, 0, 0, 1],
   PlotRange->All];
ExprPlot0[(f_)[children__],x_,y_,n_]:=
 Module[{xl,xr,c,xi,gnew,gthis,i,dx},
  c={children};
  If[Length[c]==1,Return[Flatten[
     {Line[{{x,-y},{x,-y-1}}],
      ExprPlot0[First[c],x,y+1,1]}]]]];
  xl=x-2/(2.1^y*n);
  xr=x+2/(2.1^y*n);
  dx=N[(xr-xl)/(Length[c]-1)];
  gnew=Table[If[!AtomQ[c[[i+1]]],
      ExprPlot0[c[[i+1]],xl+i*dx,
             y+1,Length[c]],{}],
          {i,0,Length[c]-1}];
  gthis=Table[xi=xl+i*dx;
              Line[{{xi,-y},{xi,-y-1}}],
          {i,0,Length[c]-1}];
  Flatten[{Line[{{xl,-y},{xr,-y}}],
          gthis,gnew}]];
ExprPlot0[e_,x_,y_,n_]:={};
```

Ad una espressione aritmetica contenente n numeri è associato un albero di computazione le cui n foglie sono i numeri (ci sono n! possibili permutazioni) e i cui n-1 nodi sono una qualsiasi combinazione di operazioni aritmetiche, (ci sono 4^{n-1} possibilità). Il numero di alberi di computazione formalmente distinti è quindi 4^{n-1} n! a(n), dove a(n) è il numero dei possibili alberi binari. con n foglie.
In generale, negli alberi binari che hanno ai nodi operazioni non commutative l'ordine dei sottolaberi ha significato. Per esempio i possibili alberi binari con 3 foglie sono
In[2]:=

```
ListExprPlot[{op[x,op[x,x]], op[op[x,x],x]}]
```

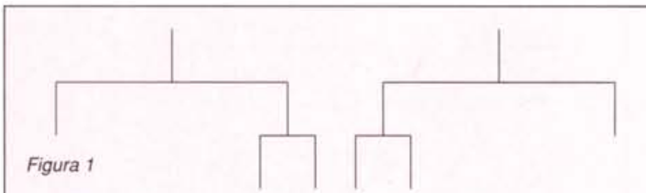


Figura 1

Se però gli operatori ai nodi sono commutativi tutti gli alberi ottenibili mediante inversione di sottoalberi sono equivalenti. Nel nostro caso, due operazioni (la somma e la moltiplicazione sono banalmente commutative). Inoltre, poiché interessano solo i risultati interi positivi solo le sottrazioni a-b con a>b sono ammesse e solo le divisioni a/b con a>b (e anche b divisore di a) sono ammesse. Possiamo quindi sostituire alla sottrazione e alla divisione le operazioni commutative:
s[x,y] = max[x,y]-min[x,y] e
d[x,y] = max[x,y]/min[x,y] e
e considerare equivalenti gli alberi binari a meno di ogni permutazione di due sottoalberi.
Quindi la funzione a(n) che cerchiamo è il numero di alberi binari in cui ogni sottoalbero sinistro ha un numero di nodi non maggiore di quelli del sottoalbero destro.
Iniziamo ora a generare gli alberi di computazione con un determinato numero di nodi. Chiamiamo **op** il generico operatore e dandogli l'attributo **Orderless** imponiamo la proprietà commutativa; **trees[x,y]** applica **op** alle due liste **x** e **y** in tutti i modi possibili.

In[2]:=
```
SetAttributes[op,{Orderless}]
trees[x_List,y_List]:=
 Flatten[Outer[op,x,y]]
```
Possiamo quindi generare e disegnare tutti gli alberi con due foglie (grazie! ce n'è uno solo).

In[3]:=
```
t2=trees[{x},{x}]
ListExprPlot[t2];
```

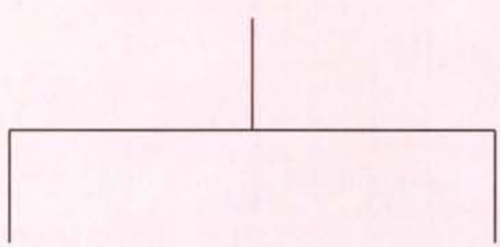


Figura 2

... con tre foglie ...

In[4]:=
```
t3=trees[{x},t2];
ListExprPlot[t3];
```

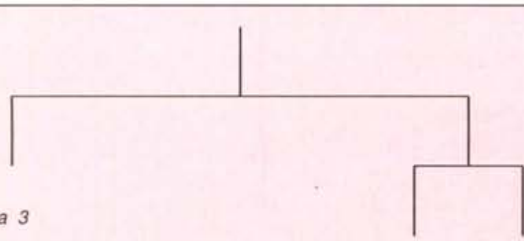


Figura 3

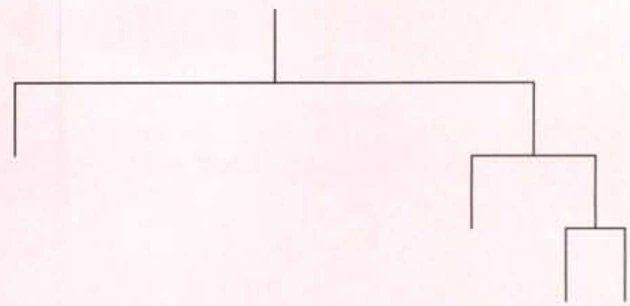


Figura 4

... con quattro foglie ...

In[5]:=
```
t4=Union[trees[t2,t2],trees[{x},t3]];
ListExprPlot[t4];
```

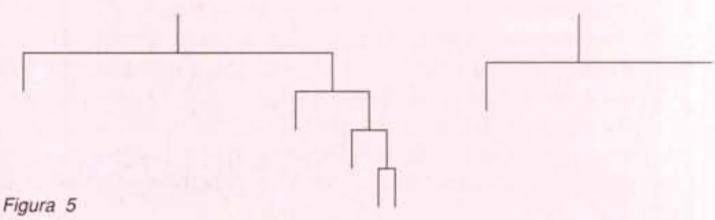


Figura 5

... con cinque foglie ...

In[6]:=
```
t5=Union[trees[t2,t3],trees[{x},t4]];
ListExprPlot[t5];
```

e infine con sei ...

In[7]:=
```
t6=Union[trees[t3,t3],trees[t2,t4],
         trees[{x},t5]];
ListExprPlot[t6];
```

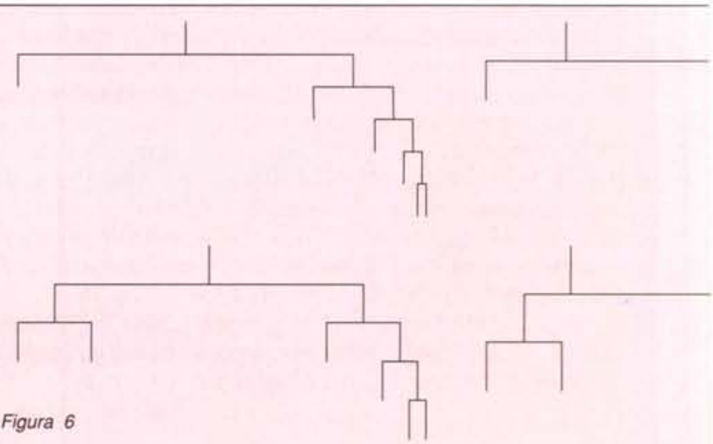
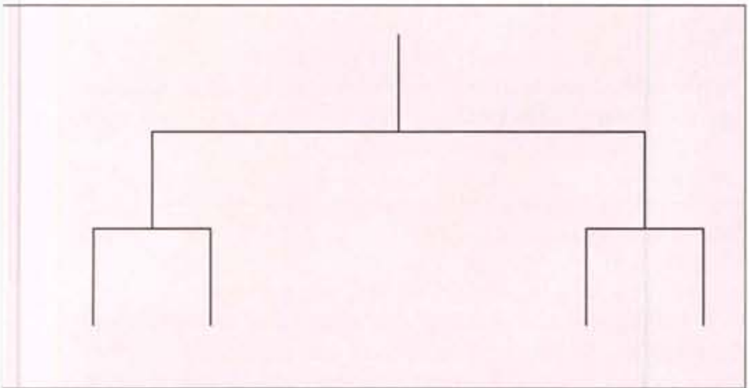
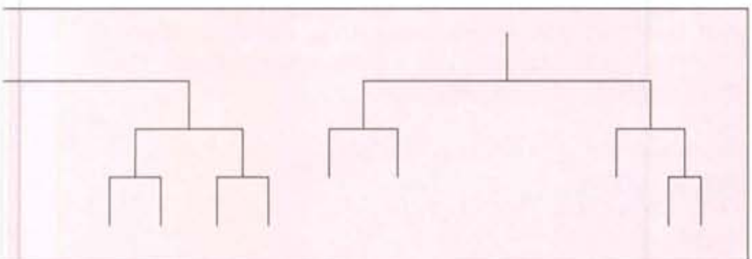


Figura 6



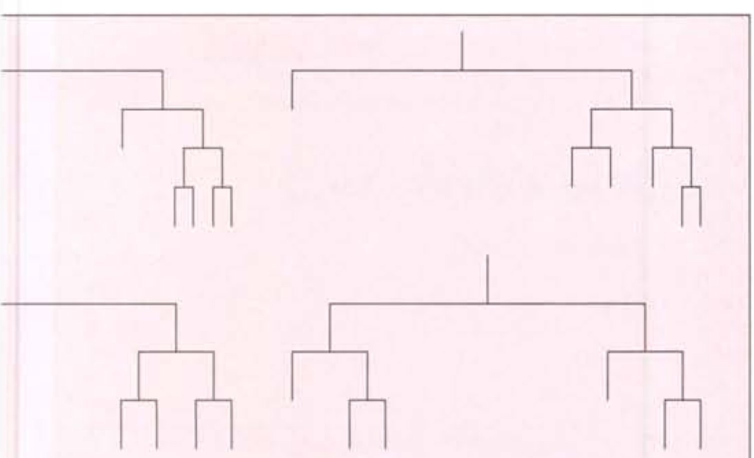
Diversificazione delle variabili

Ottenuti gli schemi di albero bisogna assegnare dei nomi alle variabili coinvolte sostituendo il simbolo x. La funzione seguente riceve un albero **a** e un vettore di simboli e sostituisce



le occorrenze di **x** nell'albero con in simboli di **v**. Tutto il trucco consiste nel definire **x** all'interno di **numera1** come una funzione senza argomenti che ogni volta che viene chiamata assume uno dei valori di **v**.

In[1]:=
```
numera1[a_,v_]:= Module[{i,res},
  Clear[x];
  i=0;
  x:=(i++;v[[i]]);
  res=a;
  Clear[x];
  res]
```



In[2]:=
```
numera1[op[x,x],{a,b}]
```
Out[2]=
```
op[a,b]
```
numera2 applica **numera1** ad un vettore di vettori (ad esempio un insieme di permutazioni) e facendo l'unione ottiene un risultato senza ripetizioni.

In[3]:=
```
numera2[l_,perm_]:=Union[Flatten[
  Map[numera1[l,#]&,perm]]]
```
In[4]:=
```
pp=Permutations[{a,b,c}];
numera2[{op[x,op[x,x]]},pp]
```
Out[4]=
```
{{op[a,op[b,c]]},{op[b,op[a,c]]},
 {op[c,op[a,b]]}}
```
numera3 applica **numera2** ad un vettore di alberi e a tutte le permutazioni di un vettore facendo l'unione ottiene un risultato senza ripetizioni.

In[5]:=
```
numera3[l_,vars_]:=Module[{ppp},
  ppp=Permutations[vars];
  Union[Flatten[
   Map[numera2[#,ppp]&,l]]]]
```
Applicando **numera3** agli insiemi di alberi visti precedentemente si ottengono gli alberi con 2 variabili

In[6]:=
```
all2=numera3[t2,{a,b}]
```
Out[6]=
```
op[a,b]
```
... con tre ...

In[7]:=
```
all3=numera3[t3,{a,b,c}]
```
Out[7]=
```
{op[a,op[b,c]],op[b,op[a,c]],op[c,op[a,b]]}
```
... con quattro ...

In[8]:=
```
all4=numera3[t4,{a,b,c,d}]
```
Out[8]=
```
{op[a,op[b,op[c,d]]],op[a,op[c,op[b,d]]],
 op[a,op[d,op[b,c]]],op[b,op[a,op[c,d]]],
 op[b,op[c,op[a,d]]],op[b,op[d,op[a,c]]],
 op[c,op[a,op[b,d]]],op[c,op[b,op[a,d]]],
 op[c,op[d,op[a,b]]],op[d,op[a,op[b,c]]],
 op[d,op[b,op[a,c]]],op[d,op[c,op[a,b]]],
 op[op[a,b],op[c,d]],op[op[a,c],op[b,d]],
 op[op[a,d],op[b,c]]}
```
È preferilbile limitarsi a contare quelli con 5 e 6 variabili perché sono tanti.

La conferenza *Mathematica* 1994

Si è svolta ad Oxford la conferenza annuale, questa volta dedicata agli advanced users. Le novità che la nuova versione di *Mathematica* presenterà sono così nuove che ci hanno fatto firmare un impegno scritto a non divulgarle. Io sono riuscito a strappare la promessa di fare diventare l'Università di Pisa (nella persona del sottoscritto) un beta-site per *Mathematica*. Spero quindi di potere presentare in anteprima su MCmicrocomputer (dopo le necessarie autorizzazioni) le meraviglie della nuova versione.

In[9]:=
```
all5=numera3[t5,{a,b,c,d,e}];
Length[%]
```
Out[9]=
```
105
```
In[10]:=
```
all6=numera3[t6,{a,b,c,d,e,f}];
Length[%]
```
Out[10]=
```
945
```
Ci sono quindi 945 4^5 = 967680 espressioni aritmetiche formalmente distinte che si possono scrivere con 6 numeri interi. Se si vogliono considerare anche le espressioni formate da 2,3 ,4,5 numeri scelti tra i sei dati, il numero totale di espressioni è dato da
In[11]:=
```
na[2]=1;
na[3]=2;
na[4]=15;
na[5]=105;
na[6]=945;
Sum[na[j] Binomial[6,j] 4^(j-1),{j,2,6}]
```
Out[10]=
```
1144060
```
Bisogna fare alcune considerazioni: nel numero sopra ottenuto sono comprese anche quelle espressioni che contengono divisioni (del tipo 3/2) che non danno luogo a numeri interi. Inoltre alcuni alberi possono essere riordinati ottenendo una espressione formalmente diversa che dà il medesimo risultato per ogni valore delle variabili (per esempio a-(b+c) e a-b-c hanno alberi di computazione diversi ma danno sempre lo stesso risultato). Infine molte altre espressioni danno lo stesso risultato per caso (3+3 = 3*2 anche se in generale a+b≠a*b) Il numero di risultati distinti è quindi di gran lunga inferiore e dipende anche dalla particolare scelta dei sei numeri dati.

Generazione dei risultati distinti

Il resto dell'articolo è dedicato alla scrittura di programmi per generare tutti i possibili risultati distinti del gioco "Contiamo" per un particolare assegnamento dei sei numeri in ingresso. Quello che viene presentato è il più efficiente dei molti programmi provati, è anche molto compatto, purtroppo la chiarezza non rientra tra le sue virtù.
Cominciamo col definire un funzione **ops** che riceve come argomenti due numeri interi e genera l'insieme dei possibili risultati. Si noti come sono trattati i casi particolari. L'attributo **Orderless** forza la condizione **x<y** prima della valutazione.
In[1]:=
```
ops[x_, x_]:= {x+x,x*x,1};
ops[1,  y_]:= {y-1,y,y+1};
ops[x_, y_]:= {x+y,y-x,x y,y/x}/;Mod[y,x]==0;
ops[x_, y_]:= {x+y,y-x,x y};
SetAttributes[ops,Orderless]
```
I numeri generati da uno o due interi si calcolano banalmente.
In[2]:=
```
gen[{a_}]:=     {a};
gen[{a_,b_}]:= ops[a,b];
```
La funzione **op** riceve come argomenti due liste di interi e applica **ops** alle singole coppie.
In[3]:=
```
op[x_List,y_List]:= Outer[ops,x,y];
```
Il pacchetto **Combinatorica** contiene un sacco di funzioni utili tra cui **KSubsets[set,i]** che generare tutti i sottoinsiemi di **i** elementi di un insieme dato.
In[4]:=
```
Needs["DiscreteMath`Combinatorica`"]
KSubsets[{a,b,c,d}, 2]
```
Out[4]=
```
{{a,b},{a,c},{a,d},{b,c},{b,d},{c,d}}
```
Per definire **gen** con una lista **set** di **n** elementi si generano l'insieme **ks** dei sottoinsiemi di **set** con **i** elementi e l'insieme **cks** dei corrispondenti complementi. La variabile **i** viene fatta variare tra **1** e **Floor[n/2]**. Se **i==n/2** allora ogni elemento di **ks** compare anche in **cks** e basta prendere la prima metà di entrambi. Vediamo lo spezzone di programma che fa quanto detto.
```
    ks=KSubsets[set,i];
    If[i==n/2,ks=Take[ks,Length[ks]/2]];
    cks=Map[Complement[set,#]&,ks];
```
Map[gen,ks] e **Map[gen,cks]** sono, rispettivamente, gli insiemi generati dagli elementi di **ks** e da quelli di **cks**. Ricordando come funziona **MapThread**
In[5]:=
```
MapThread[f,{{1,2,3},{a,b,c}}]
```
Out[5]=
```
{f[1, a], f[2, b], f[3, c]}
```
Si vede che
```
 MapThread[op,{Map[gen,ks],Map[gen,cks]}]
```
produce tutti i numeri generabili combinando i sottoinsiemi di **i** elementi di **set** con quelli di **n-i**. Basta mettere insieme i risultati per i vari valori di **i**, togliere le parentesi con **Flatten** ed eliminare i doppioni con **Union** e il gioco è fatto.
In[6]:=
```
gen[set_]:= gen[set]=
 Module[{n=Length[set],i,ks,cks},
  Union[Flatten[Table[
    ks=KSubsets[set,i];
    If[i==n/2,ks=Take[ks,Length[ks]/2]];
    cks=Map[Complement[set,#]&,ks];
    MapThread[op,{Map[gen,ks],Map[gen,cks]}],
  {i,Floor[n/2]}]]]]];
```
Ah! dimenticavo: i valori di **gen[set]** vengono ricordati per evitare valutazioni ripetute con gli stessi argomenti.
Il calcolo dei 10252 numeri distinti generabili a partire da **{9,10,5,75,1,50}** richiede circa 30 secondi su un PowerMacintosh 7100 a 66 MHz.
In[7]:=
```
Timing[a6=tr[{9,10,5,75,1,50}];]
```
Out[7]=
```
{30.80 Second, Null}
```
In[8]:=
```
Length[a6]
```
Out[5]=
```
10252
```

Francesco Romani è raggiungibile tramite Internet all'indirizzo romani@di.unipi.it

INFORMATICA ITALIA into the quality

UNICA ED INIMITABILE da sempre sul mercato italiano

00123 Roma - Via G.Galli 66c/Cassia/Olgiata
Telefono (06) 30311643/4 Fax 30311641

I marchi di sotto esposti sono di proprietà delle rispettive case — Dicembre 1994
Iprezzi si intendono IVA esclusa si effettuano spedizioni in tutta ITALIA tramite DHL
Orari di Apertura Dal Lun. al Ven. 9-00 - 19.00 Sabato 10-00 - 13-00

Stampanti Inkjet

HEWLETT PACKARD

Deskjet 320.....................480
(600 DPI,Portatile A4, Opzione Colore)
Deskjet 520.....................490
(300 x 600 DPI, RET al. 100 fogli)
Deskjet 550C..................670
(300 DPI,Colore A4, al. 100 fogli)
Deskjet 560C..................900
(300 x 600 DPI, RET al. 100 fogli)
Deskjet 1200C.............2.840
(600 DPI,colore A4, 2 mb RAM pcl5)
Deskjet 1200CPS........4.190
(600 DPI,Col.,4 mb RAM Postscript)
Paintjet XL300.........4.140
(300 DPI,colore A3 2 mb RAM, PCL5)

HEWLETT PACKARD
Rivenditore Autorizzato

Stampanti Laserjet

HEWLETT PACKARD

Laserjet 4L special price.990
(300 DPI,4 PPM, A4, 1 Mb MET PCL5)
Laserjet 4ML...........1.920
(300 DPI,4 PPM, A4, 4 Mb Postscript)
Laserjet 4P..............1.670
(600 DPI,4 PPM, A4, 2 Mb MET PCL5)
Laserjet 4MP...........2.490
(600 DPI,4 PPM, A4, 4 Mb Postscript)
Laserjet 4PLUS.........2.590
(600 DPI,12 PPM, A4, 2 Mb MET pcl 5)
Laserjet 4MPLUS....3.430
(600 DPI,12 PPM, A4, 4 Mb Postscript)
Laserjet 4V..............3.680
(600 DPI,16 PPM, A3, 12 Mb RETE)
Laserjet 4MV...........5.380
(600 DPI,16 PPM, A3, Postscript /2)

SCANNER A4

HEWLETT PACKARD

Scanjet 3P..............960
(400 DPI,ins. fogli + OCR Mono)
Scanjet IICX.............1.750
(400 DPI,colore, Photostyler Italiano)

Novità Scanjet 3P

Periferiche TRUST

Trust

Scanner 400 dpi,256 grigi+ OCR.**130**
Scanner 400 dpi,colore + OCR....**330**
Modem/Fax 57600/14400 Mnp5.**270**

PC DESKTOP

AST

SERIE BRAVO LC
486 SVGA Local Bus Dos,Win,Mouse
4/33s 4/173W +Monitor 14"VG1.850
4/33s 4 RAM / HD 173Win.........1.810
4/50s 4 RAM / HD 213 CD.....2.420
4/66d 8 RAM / HD 343 + CD..2.730
4/66d 8 RAM / HD 543Win...2.650
4/100t 8 RAM / HD 343 + CD..3.460
4/100t 8 RAM / HD 543Win...3.310

SERIE BRAVO MS
486 SVGA PCI 64Bit Win edition
4/66d 8 RAM / HD 423 + CD..3.070
4/66d 8 RAM / HD 543Win....2.990
4/100t 8 RAM / HD 273Win..3.190
4/100t 8 RAM / HD 543Win...3.460
SERIE BRAVO MS PENTIUM
PENTIUM PCI 64Bit Win edition
P/60 8 RAM / HD 423 Win.3.790
P/90 8 RAM / HD 423 Win.4.550

AST COMPUTER
Concessionario Autorizzato

NOTEBOOK

ASCENTIA 700 N
4/33S 4 Ram HD 123 Mono.......2.030
4/33S 4 Ram HD 123 Col. M.P..3.170
ASCENTIA 800 N
4/50d 4 Ram HD 253 Col.M.P...4.150
4/50d 4 Ram HD 343 Col. M.P..4.290
(486 DX2/50 Mhz Svga LBus trackball)
ASCENTIA 900 N modulari
4/50d 4 Ram HD 343 Col.M.P...4.920
4/50d 8 Ram HD 343 Col.M.A..7.290
(486 DX2/50 Mhz Svga LBus 32 bit)
4/75d 8 Ram HD 343 Col.M.P...5.990
4/75d 8 Ram HD 512 Col.M.A..8.990
(486 DX4/75 Mhz Svga LBus 32 bit)

Texas Notebook

Rivenditore Qualificato
4000E DX2/50 HD 200 Mono.....**3.315**
4000E DX2/50 HD 200 Col. M.P..**4.550**
4000E DX4/75 HD 340 Col. M.A..**6.220**
4000M SX/25 HD 120 Mono.......**2.650**
4000M SX/25 HD 120 Col. M.P...**3.315**
4000M SX/25 HD 200 Col. M.A...**4.550**
4000M DX2/50 HD 340 Col. M.P..**5.380**
4000M DX2/50 HD 455 Col. M.A...**6.220**
4000M DX4/75 HD 445 Col. M.P..**8.250**
4000M DX4/75 HD 340 Col. M.A..**9.150**
Base espansione x 4000M.**1.320**

Stampanti 24 Aghi ESCP/2

NEC

P2Q (80 col. 360 x360 dpi,192 cps)..**284**
P3Q (136 col. 360 x360 dpi,192 cps)....**434**
Disponibile l'intera gamma stampanti 24 aghi telefonare. x quotazioni.

Stampanti Laser GDI
SuperScript 610..............742
300 dpi RET , 6 ppm, GDI x Windows

Monitor Multisync
NEC

2V(14" 1024 x 768 ni) Offertissima..**545**
3V (15" Flat 1024 x 768 ni)...**726**
4E (15" Flat 1024 x 768 ni).**964**
5E (17" Flat 1024 x 768 ni).**1.674**
5FGP (17" Flat 1280 x 1024 ni).....**2.200**
6FGP (21" Flat 1280 x 10248 ni)....**3.700**

STAMPANTI EPSON
Stylus 1000 Inkjet 360 dpi A2....**890**
Stylus color Inkjet 720 dpi A4..**950**

COMPAQ
Rivenditore Associato

NOTEBOOK

Contura AERO
4/25S 4 Ram HD 84 Mono +Floppy..**1.950**
4/25S 4 Ram HD 173 Mono +Floppy.**2.190**
4/33S 4 Ram HD 173 Col. +Floppy.**3.110**
Contura 400 NEW
80486 DX2/40, Fdd 1,44 + 2 PCMCI
4/40d 4 Ram HD 170 Mono................**3.080**
4/40d 4 Ram HD 250 Col. M.Passiva.**4.140**
4/40d 4 Ram HD 250 Col. M.Attiva..**5.210**

PC DESKTOP

PRESARIO
CDS520 486/66, 4 Ram Hd 420.**2.620**
CDS860 486/66, 4 Ram Hd 270..**2.860**
CDS920 486/66, 8 Ram Hd 42..**3.150**
PROLINEA
4/33s 4 Ram / Hd 200....1.700
4/50s 4 Ram / Hd 200....1.920
4/50 4 Ram / Hd 200....2.080
4/66 4 Ram / Hd 200....2.270
4/66 4 Ram / Hd 340....2.460
4/100 8 Ram / Hd 340....3.310
4/100 8 Ram / Hd 525....3.450

DESKPRO XE
4/66 8 Ram / Hd 270 + CD.**3.160**
4/66 8 Ram / Hd 525 ....**3.330**
Pentium/60 8 Ram / Hd 270 ..**3.540**
Pentium/60 8 Ram / Hd 525 ..**3.800**
DESKPRO XL
4/66 8 Ram / Hd 270 + CD.**4.140**
4/66 8 Ram / Hd 535 + CD.**4.970**
P/60 8 Ram / Hd 270 + CD.**5.080**
P/60 8 Ram / Hd 525 + CD.**5.650**
P/66 8 Ram / Hd 535 + CD.**6.600**

NEC
Qualità Senza Limiti

CD-ROM 2X- 3X- 4X

CDR-201 (int) x2 Offerta.299
CDR-400 (Est. Port.) x3......759
CDR-500 (interno) x3.........624
CDR-600 (Esterno) x3.........861
CDR-900 (Esterno) x4.......1.414

APPLE MACINTOSH

Performa 460 Mod. 4/160..**1.300**
Performa 475 Mod. 4/160.**1.790**
LC630 Mod. 8/250.......2.200
LC630 Mod. 8/250 CD..2.500

POWER MACINTOSH

Disponibili tutti i modelli a partire da Lire 2.950.000 telefonare x preventivi

RIVENDITORE AFFILIATO

Apple Computer

POWERBOOK
150 Mod. 4/120.......1.990
520 Mod. 4/160.......3.490
520C Mod. 4/160.......4.550
540C Mod. 4/320.......7.550
POWERBOOK DUO
230 Mod. 4/120.......2.090
280C Mod. 4/320.......7.590
STAMPANTI
StyleWriter II...............520
StyleWriter Portable....630
Color Stylewriter 2400.900
Personal Laserwriter 300..1.170
Personal Laserwriter 320..1.550
Laserwriter Select 360..2.590
Laserwriter 16/600 PS..3.800

Autodesk
Authorized Dealer

Autocad Rel.12 Dos/Win..6.180
Autovision Dos/Win.1.150
Autocad LT x Windows..950
GTX RasterCad.........3.700
Autoarchitect 12 Dos/Win.2.990
❑ Disponibili tutti gli aggiornamenti alla versione 12 di Autocad ed Applicativi CAD - CAM - CAE.
❑ si effettuano inoltre studio e realizzazione di stazioni grafiche e CAD.
❑ Non perdere l'occasione di consultare la nostra CAD HOT-LINE al n° Tel. 0336/613197. Troverai un'esperto in grado di offrirti la giusta soluzione ai tuoi problemi.