

## Ancora sulle prospettive

*È sempre molto difficile parlare di argomenti specialistici ad un largo pubblico; probabilmente, proprio a causa di questa difficoltà, nel tentativo di semplificare quanto più possibile i concetti, può accadere di apparire imprecisi o scarsamente rispettosi del rigore scientifico.*

*Allora, è bene tornare sull'argomento per meglio specificare alcuni concetti, specialmente se in redazione giunge una lettera (pubblicata di seguito in queste stesse pagine) nella quale l'architetto Alberto D'Agostino di Roma puntualizza alcune imprecisioni riscontrate nell'articolo pubblicato a pagina 328 del numero 134 (novembre '93) di MCmicrocomputer*

*di Massimo Truscelli*

### La lettera

A pagina 328 del numero in oggetto (MC n. 134 - n.d.r.), Massimo Truscelli propone un articolo sulla «Prospettiva» nel contesto della creazione di immagini su sistemi informatici.

Infatti sia i rilievi Fotogrammetrici che quelli Stereofotogrammetrici si basano sul principio scientifico dettato dalla Geometria Descrittiva, incardinato, tale principio, sulla rappresentazione attraverso segni grafici bidimensionali (2D) di enti geometrici (punti, rette, piani) di una realtà tridimensionale (3D).

Questo consente di effettuare su di essi operazioni di misura COME SE venissero effettuate sul fatto (3D) oggettivo.

Nell'articolo mi pare di aver riscontrato alcune imprecisioni di fondamentale importanza:

- Il cerchio «di visione» è in realtà il «cerchio di distanza»: di raggio pari alla distanza dell'Osservatore dal QUADRO prospettico (il cerchio di visione è ben più ampio dei 90° descritti nell'articolo).

La tipologia dei modelli prospettici riguarda:

1) La Prospettiva Frontale (e non «piana» come erroneamente chiamata).

2) La Prospettiva a Quadro Inclinato (e non a volo d'uccello, con il quale viene intesa una rappresenta-

zione illusionistica obliqua dall'alto).

3) La Prospettiva d'Angolo (come giustamente citato).

Mi sembra di trovare (a parte ulteriori inesattezze concettuali) una notevole contraddizione tra le figure riportate alle pagine 330 e 331 e quanto l'articolo nel prosieguo schematizza, nei cosiddetti

Tre Metodi illustrati alle pagine 332 e 333 riferendosi ai principi fondamentali della restituzione prospettica.

Nel «Metodo 1» sono dette delle gravi inesattezze: Un punto di vista «basso», si trova più vicino alla linea di terra che alla linea dell'orizzonte e viceversa. Non è possibile alcuna rappresentazione

prospettica senza la rappresentazione contemporanea della LT e LO - salvo nella rappresentazione a Quadro Inclinato - (non ha alcun significato segnare solo LO sul basso o sull'alto del foglio di disegno); pertanto perdono di significato geometrico tutti gli altri disegni del «Metodo 1».

Nel «Metodo 2» i due punti di «fuga» sono fuori del «Cerchio di distanza»: il disegno così come rappresentato denuncia solo che il solido non è un *parallelepipedo* ma ha due facce visibili formanti tra loro un angolo maggiore di un angolo retto (nessun'altra informazione si potrebbe ricavare).

Il «Metodo 3» è contraddittorio e assolutamente inesatto:

Il 3° punto di fuga (che analiticamente rappresenta l'antipolo della retta antipolare individuata dalla LO rispetto al cerchio di distanza nasce solo dall'inclinazione del Quadro Prospettico posto idealmente tra l'osservatore e l'oggetto osservato. Uno stesso



Satira sulla falsa prospettiva - William Hogarth (1754).

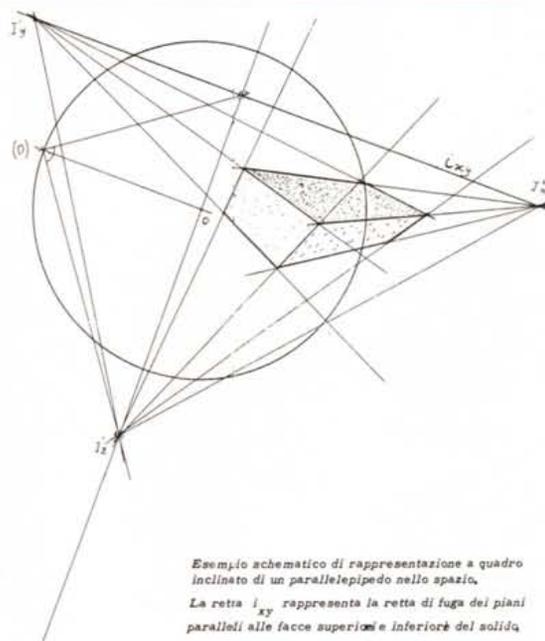
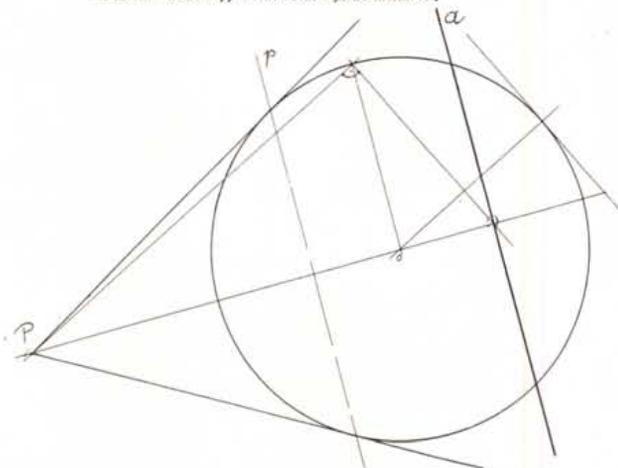
GEOMETRIA DESCRITTIVA

Nella rappresentazione prospettica sul foglio del disegno di un solido nello spazio è fissato IL CERCHIO DI DISTANZA (la conica appunto sul cui piano giace la polare. Il luogo geometrico che ci interessa è l'ANTIPOLARE che è la retta simmetrica, rispetto al centro della conica, della polare.

L'ANTIPOLARE rappresenta la *fuga* di un piano qualsiasi nello spazio sul quadro (intersezione piano-quadro), mentre il relativo ANTIPOLLO rappresenta il punto improprio (*fuga*) delle rette nello spazio normali a questo piano qualsiasi.

Appare evidente che fissata la traccia sul quadro del piano generico nello spazio (antipollo), resta fissato biunivocamente anche il punto di fuga delle relative rette perpendicolari a tale piano.

Tali corrispondenze permettono il disegno e la relativa operazione di misura nelle rappresentazioni a piano inclinato.



Esempio schematico di rappresentazione a quadro inclinato di un parallelepipedo nello spazio.

La retta  $i_{xy}$  rappresenta la retta di fuga dei piani paralleli alle facce superiori e inferiori del solido, mentre  $I_z$  rappresenta il punto di concorso delle rette normali a tali piani e perciò anche di quelle passanti per i quattro spigoli perpendicolari alle facce sopra dette.

44.  
 W. Agostino  
 ed. me. 1993

Gli appunti, allegati alla lettera, nei quali sono illustrati elementi della geometria descrittiva riguardanti la rappresentazione prospettica a tre punti di fuga.

osservatore rimanendo fisso su un punto può fare tre foto allo stesso oggetto che avrà due punti di fuga se il piano della pellicola è verticale, una terza «fuga» in alto (sopra LO) se il piano di giacitura della pellicola è inclinato verso l'alto, il terzo punto di fuga verso il basso (sotto LO) se il piano di giacitura della pellicola è inclinato verso il basso. Si allega una pagina di appunti presi da chi scrive durante le lezioni tenute dal compianto Maestro Prof. Orsèolo Fasolo presso la Facoltà di Architettura di Roma.

Spero che il prossimo numero di MC che leggerò come gli altri, con interesse scientifico per i notevoli contenuti tecnici e piacere estetico per l'ottima veste tipografica, possa ovviare alle prefate inesattezze.

Un cordiale saluto a Massimo Truscelli, al quale mi permetto ribadire che anche articoli di divulgazione, non possono prescindere dal rigore scientifico.

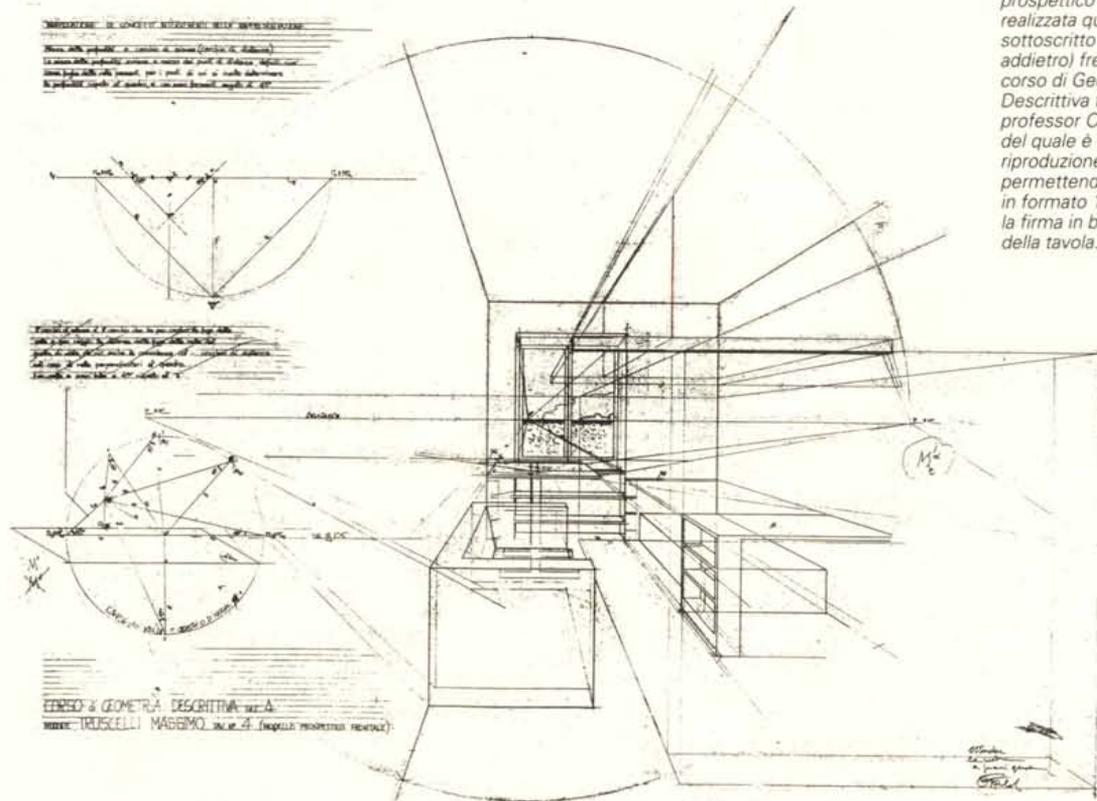
### Questa rubrica

Una consuetudine molto gradita al Prof. Orsèolo Fasolo era l'annotazione, nelle tavole di esercizio del corso di Geometria Descrittiva della sezione A da lui tenuto presso la sede di Piazza Borghese della Facoltà di Architettura di Roma, dei concetti intervenenti nella rappresentazione relativa alla tavola presentata nel corso delle esercitazioni. Si trattava di una consuetudine che aveva senso di essere solo se chi guardava la tavola aveva la capacità e gli strumenti per poter capire quanto era scritto ed illustrato con alcuni schemi che il più delle volte facevano riferimento alle illustrazioni presenti nel testo ufficiale del Corso di Geometria Descrittiva.

Se si mostravano le stesse tavole a chi non aveva strumenti e capacità di comprensione, a costoro non rimaneva che esprimere la meraviglia, lo stupore

e l'ammirazione per chi era capace di «non impazzire» tra tutte quelle linee e conosceva la logica celata tra esse.

Sembra che le persone recitano dei ruoli e già prima di ascoltare gli interlocutori decidano cosa vogliono sentirsi dire e cosa no, ma il rigore scientifico non deve essere estraneo agli articoli di divulgazione e proprio per questo ho pubblicato la lettera dell'architetto D'Agostino completa dei suoi «appunti», però vorrei spiegare che questa rubrica è nata in considerazione del fatto che ho più volte notato che gli strumenti di disegno offerti dalla moderna informatica sono estremamente potenti e sofisticati e, che, spesso, sono utilizzati in maniera del tutto passiva (qualche volta con risultati discreti, o che possono apparire spettacolari ad un occhio inesperto) da persone che con una matita in mano non riescono ad ottenere risultati, dal punto di vista estetico, altrettanto validi.



Una tavola con il modello prospettico frontale realizzata quando il sottoscritto (alcuni anni addietro) frequentava il corso di Geometria Descrittiva tenuto dal professor Orsèolo Fasolo del quale è visibile, riproduzione tipografica permettendo (l'originale era in formato 100 x 70 cm), la firma in basso a destra della tavola.

Questa considerazione spiega in parte perché negli ultimi tempi sia fiorita una schiera di sedicenti «artisti» che sfruttando strumenti di disegno quasi completamente automatici producono immagini pur ignorando completamente i principi basilari del disegno.

Se avete seguito i primi articoli, avrete notato che mi sono limitato a propor-

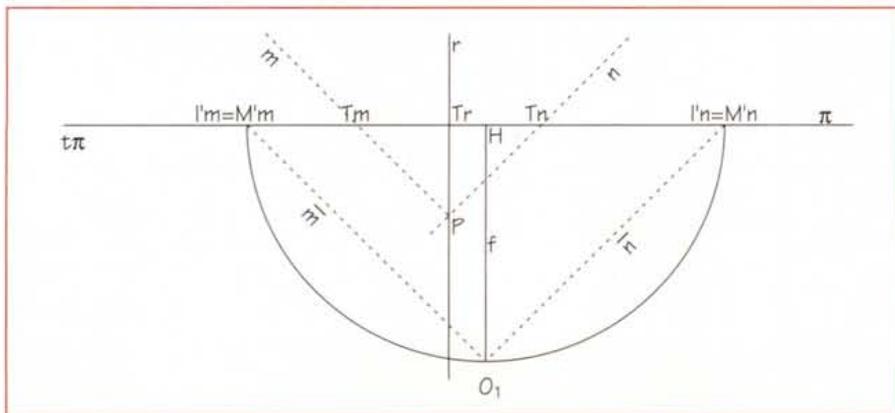
re temi strettamente legati all'uso di determinati programmi senza introdurre alcun vero concetto di disegno riprendendomi di farlo solo qualche mese dopo l'avvio della rubrica, e così è stato.

Evidentemente, nel tentativo di semplificare quanto più possibile i concetti, mi sono sfuggite alcune imprecisioni che personalmente non reputo gravi poi-

ché intendevo rivolgere l'articolo a persone che svolgono l'attività di disegno ad un livello esclusivamente dilettantistico, che si affidano alle funzioni che il loro programma è in grado di svolgere senza chiedersi perché un oggetto qualsiasi disegnato da questi programmi sia realizzato dal computer sempre meglio che se costoro prendessero in mano la matita e copiassero il vero.

In un certo senso intendevo rivolgermi ad una specie di nuovi «Pittori della Domenica» che hanno sostituito il pennello con strumenti più sofisticati dei quali qualche volta perdono il controllo molto più che con il pennello e, che quando provano a disegnare dal vero con il computer, evitando l'uso di programmi di disegno automatici, commettono errori grossolani che lo studio anche superficiale, e lo ripeto, anche solo superficiale, di alcune regole (come appunto quelle della prospettiva) può in parte ridurre.

Questa «filosofia» di lavoro è confermata da quanto è apparso nello scorso numero di MCmicrocomputer in questa stessa rubrica, dove non ho proposto metodi rigorosi che permettano la «misura» degli oggetti rappresentati, ma



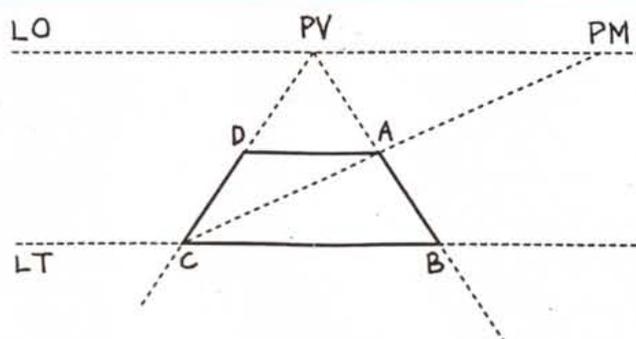
I punti di distanza definiscono le fughe passanti per i punti dei quali si vuole determinare la profondità rispetto al quadro e con esso formanti un angolo di 45°. Tutto chiaro?

semplici metodi di costruzione che facilitino il loro disegno «illusionistico». Probabilmente, ho sottovalutato le conoscenze dei miei lettori e, dopo lo scorso articolo (nel quale, come se non bastasse, per misteriosi motivi sono saltate le lettere che identificavano i punti di importanza nelle illustrazioni in apertura), l'architetto D'Agostino, ma anche tutti gli altri lettori con lo stesso bagaglio di conoscenze avranno deciso di non leggermi più, però il tipo di articoli che ho in mente non è rivolto a professionisti della progettazione e ciò era scritto nell'undicesima riga del paragrafo intitolato «Illustrazione e prospettiva» a pagina 331 dell'articolo in questione: «... una corretta costruzione prospettica è molto complessa e necessita di approfonditi studi, tanto che esistono specifici corsi universitari afferenti alle facoltà di Architettura e Ingegneria. Per chi volesse dare maggiore realismo ai propri disegni senza necessariamente doversi complicare la vita, esistono dei metodi semplificati di costruzione prospettica che risultano meno precisi, ma offrono nel contempo una maggiore semplicità ed un buon compromesso visivo».

### Le inesattezze

Quello che io intendevo con cerchio di visione è concettualmente diverso dal campo visivo poiché quest'ultimo è lo spazio che si può abbracciare con uno

*Per cause misteriose, nello scorso articolo, nell'illustrazione della costruzione di un quadrato in prospettiva giacente sul piano di terra, sono saltate le lettere che identificavano i punti di rilevanza. Ripropongo in questa sede la figura corretta.*



sguardo, mantenendo gli occhi fissi in un punto, ed è pari ad un angolo di circa  $180^\circ$  in orizzontale e di circa  $60^\circ$  in verticale.

Con cerchio di visione intendevo definire una delle caratteristiche del Cerchio di Distanza, ovvero la corretta restituzione prospettica degli oggetti rappresentati mediante i Punti di Distanza all'interno del cerchio stesso, se solo si ha l'accortezza di porsi ad una distanza pari al raggio dello stesso cerchio.

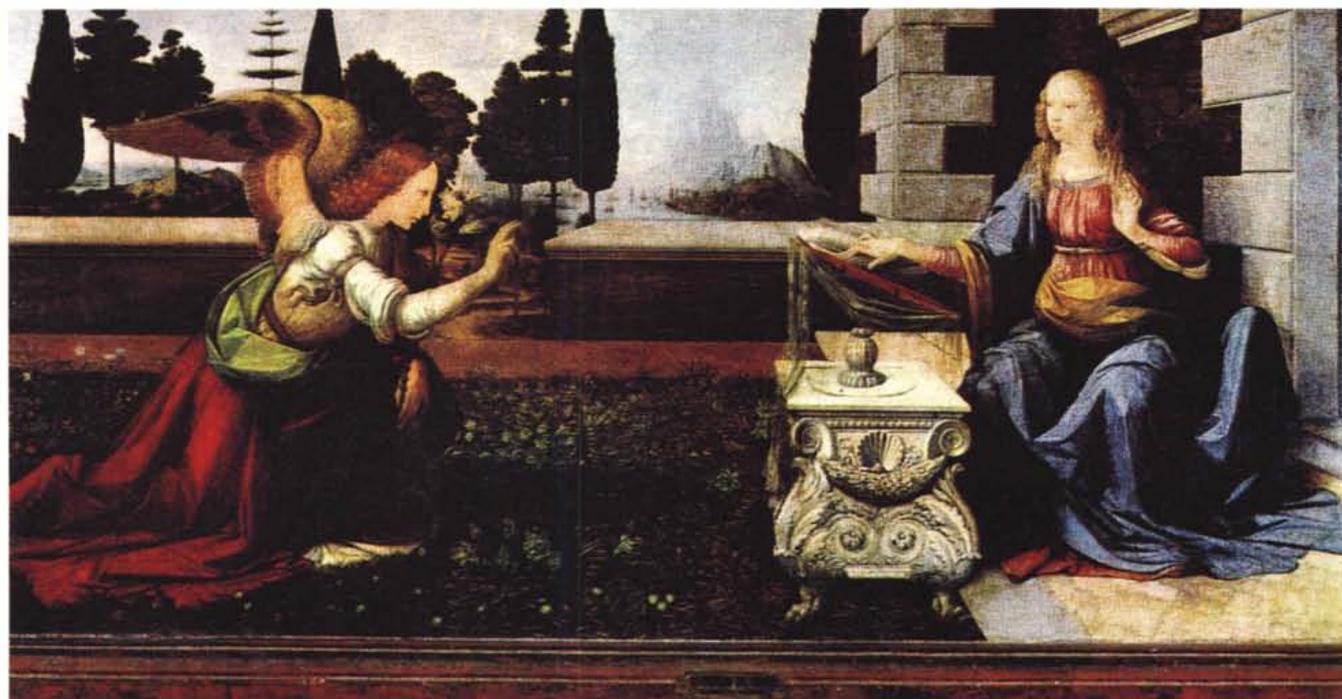
Evidentemente ho peccato di superficialità poiché avrei, giustamente, dovuto spiegare che in una vera prospettiva (come peraltro accennato dalla riga terza del paragrafo «Quale prospettiva») deve essere possibile poter ricavare le dimensioni reali degli oggetti rappresentati e

condizioni dell'osservatore rispetto ad essi in termini di distanza, elevazione, inclinazione.

Il peccato di superficialità consiste nell'aver volutamente omesso i concetti di Cerchio di Misura e Cerchio di Distanza, affrontati in maniera molto semplice solo alla fine del paragrafo «Gli elementi fondamentali» a pagina 330.

Avrei dovuto scrivere che la misura della profondità avviene a mezzo di punti di distanza, definiti cioè come fughe passanti per i punti di cui si vuole determinare la profondità rispetto al quadro e con esso formanti un angolo di  $45^\circ$ .

Chiunque abbia dimestichezza con le regole di disegno riguardanti la restituzione prospettica sa bene che tutti gli elementi appartenenti agli oggetti rap-



L'annunciazione - Leonardo da Vinci (olio su tavola delle dimensioni di 217 x 98 cm).

presentati che ricadono fuori dal Cerchio di Distanza, e le dimensioni dei quali siano stati ottenuti con il metodo appena descritto, soffrono di evidenti deformazioni prospettiche. Usando il termine cerchio di visione volevo indicare quale fosse la zona di visione correttamente visualizzata nel disegno, ma giustamente, tralasciando quanto ho esposto nei precedenti concetti, il termine cerchio di visione non ha alcun significato.

Allo stesso modo non sono formalmente corrette le definizioni riguardanti le tipologie dei modelli prospettici: se per la descrizione delle tipologie mi fossi limitato a fornire una terminologia riferita esclusivamente al numero dei punti di fuga non sarei incorso nelle inesattezze fattemi notare dall'architetto D'Agostino, ma insistendo ulteriormente nel tentativo di esemplificare ho finito per fornire terminologie errate.

L'ultima parte delle critiche è ampiamente giustificata se avessi scritto l'articolo con la pretesa di condurre un corso universitario, ma date le premesse da me scritte nei paragrafi già citati (precedenti alla descrizione dei metodi)



*In questa ricostruzione è visibile «l'errore prospettico» introdotto volutamente da Leonardo per richiamare l'attenzione dell'osservatore.*

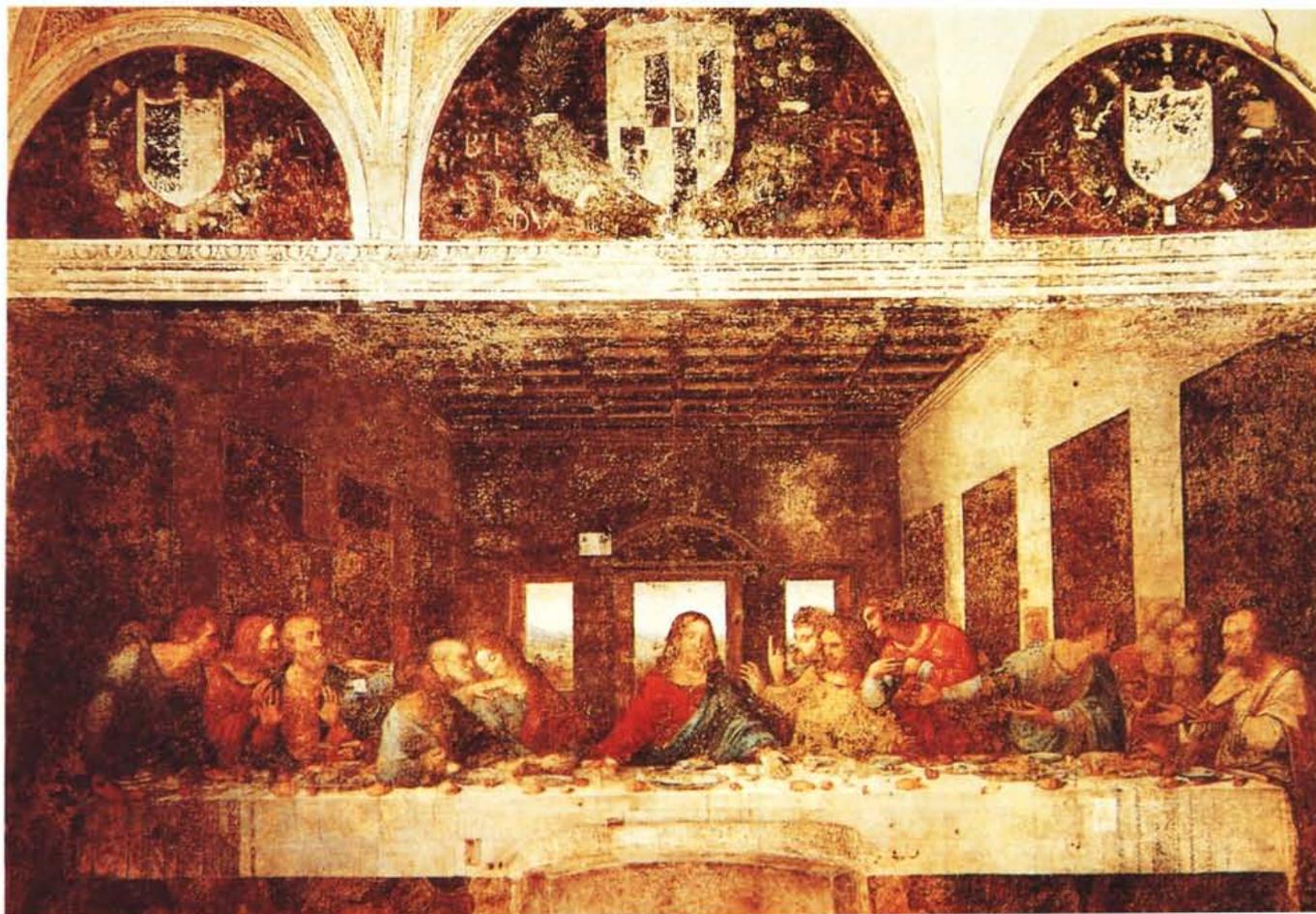
non avevo alcuna intenzione di realizzare ciò, ma volevo fornire esclusivamente dei trucchi per realizzare immagini «illusionistiche» nelle quali più che regole geometriche intervenissero anche doti di intelligenza e comune senso pratico.

So benissimo che non ha alcun rigore scientifico disegnare una prospettiva considerando solo la linea dell'orizzonte, senza prendere in esame la linea di

terra, ma, nel caso della prospettiva ad un punto di fuga, se un ipotetico pittore dotato di buona abilità manuale vuole dipingere un tramonto sul mare conferendo al paesaggio il semplice effetto di profondità, non credo che gli interessi sapere a che distanza si trova una barchetta che naviga sui riflessi del sole sull'acqua; così come il semplice trucco di porre la linea dell'orizzonte in basso o in alto rispetto al foglio consente di raggiungere il fine desiderato, cioè l'illusione di vedere la scena dalla spiaggia o dall'alto di una collina, sia pure non rispettando rigorosamente la regola che vuole il Punto di Vista «alto» o «basso» in relazione alla Linea di Terra.

Allo stesso modo, nel metodo semplificato per la realizzazione «illusionistica» della prospettiva a due punti di fuga, il fine che si vuole raggiungere non è misurare l'angolo formato dalle due superfici verticali e nemmeno conoscere le dimensioni delle due superfici, ma ciò che si voleva ottenere era la visualizzazione sufficientemente aderente alla realtà di quanto si vedrebbe osservando l'angolo formato da un muro. Mi si può obiettare che in questo modo non si ha un effettivo riscontro sulle dimensioni, ma se devo disegnare un lampione per l'illuminazione ed una

*L'Ultima Cena – Leonardo da Vinci (tempera su muro delle dimensioni di circa 460 x 880 cm). Il Punto di Vista, in corrispondenza dell'occhio di Gesù, è a circa 4.5 metri dal pavimento*



persona che passa davanti al muro, posso sempre fare ricorso a comuni regole di buon senso. Non credo che il comune osservatore di un tabellone pubblicitario abbia il tempo e la voglia di munirsi di scale, metro, matita ed un ciclopico compasso per disegnare tutte le linee di costruzione al fine di ricavare le effettive dimensioni degli oggetti rappresentati.

Se i pittori del passato non avessero volutamente ignorato alcune delle regole della moderna Geometria Descrittiva ora avremmo sicuramente delle opere pittoriche quanto mai perfette in fatto di rigore scientifico, potremmo ricavare le dimensioni di tutti gli oggetti rappresentati, ma non potremmo probabilmente godere di quella bellezza, in qualche caso derivante dallo scarso rispetto delle regole, che li ha resi dei veri capolavori.

Leggendo una disamina scritta da Alison Cole e tratta da «La Prospettiva - Teorie e tecniche dal Rinascimento alla Pop Art» edito da De Agostini nel 1993 (titolo ed edizione originale: Perspective - Dorling Kindersley e Editions Gallimard) di una delle opere giovanili di Leonardo, «L'Annunciazione», un olio su tavola delle dimensioni di 217 x 98 cm, si scopre che nonostante un'accu-

rata ricostruzione prospettica nella quale il piano del leggio, la soglia in mattonelle di pietra ed altri elementi architettonici degradano correttamente verso le montagne sullo sfondo, al contrario, le figure sono sproporzionate nelle loro dimensioni e, nel caso della Vergine il braccio destro è ulteriormente sproporzionato rispetto al corpo.

Ricostruendo l'immagine con la giusta prospettiva, il braccio, per essere correttamente allineato al corpo, dovrebbe arretrare di una lunghezza pari alla dimensione del piano del leggio.

Nel caso specifico, linee incise sotto la superficie dipinta mostrano che Leonardo aveva meticolosamente ricostruito la posizione degli oggetti per ricavare il centro del piedistallo del leggio.

Sempre per rimanere a Leonardo, il Punto di Vista di una delle sue opere più celebri, l'affresco dell'Ultima Cena nel refettorio del convento della chiesa di S. Maria delle Grazie a Milano, è posto ad un'altezza tale rispetto all'osservatore (circa 4,5 metri dal pavimento) che è praticamente impossibile, se non utilizzando un ponteggio, avere la corretta visione prospettica dell'ambiente dipinto sul muro che, se osservato nelle condizioni appena descritte, sembrerebbe il prolungamento del refettorio.

Nonostante ciò, grazie ad alcuni artifici che costituiscono dei veri e propri paradossi prospettici, l'affresco risulta comunque splendido ed ha quasi il potere di suggestionare l'osservatore «sollevandolo» quasi fino al punto di vista corretto.

L'effetto è ottenuto con la creazione di una stanza profonda, lo spazio della quale è ridotto, insieme al pavimento inclinato, dal posizionamento trasversale del tavolo largo al punto da non lasciare quasi posto, tra le sue estremità ed il muro, per le sedie ed i discepoli.

Esistono ancora altri artifici in grado di restituire una visione prospettica con maggiore dettaglio; uno di essi, definito per primo dallo stesso Leonardo, è la prospettiva «aerea», un accorgimento coloristico basato sull'effetto ottico provocato dall'assorbimento e dalla rifrazione della luce in presenza di agenti atmosferici (polvere, umidità, nebbia) che conduce alla sfumatura in lontananza dei contrasti di colore e, quindi, ad una conseguente minore definizione degli oggetti più vicini all'orizzonte.

MS



## STAKAR POINTS



**COMPUTER ORIGINALE STAKAR**  
M/B 80486DX2-66 MHz VESA LOCAL BUS  
CACHE 128 KB (EXP. 256)  
ZOCOLO PER PENTIUM OVERDRIVE  
MEMORIA DRAM DI 4 MEGABYTE (EXP. 32)  
HARD DISK DA 170 MEGABYTE CON CACHE  
SCHEDA VIDEO SVGA CON 1 MB DRAM, 16 MILIONI DI COLORI

**PROGRAMMI OMAGGIO  
CON DISCHI E MANUALI**

MS-DOS  
WINDOWS  
LOTUS 1-2-3  
AMI PRO  
FREELANCE GRAPHICS  
CC-MAIL

Sistema Operativo  
Ambiente di Lavoro a Finestre  
Calcoli: Foglio Elettronico  
Testi: Video Scrittura  
Grafica: Presentazioni  
Comunicazione: Posta Elettronica

**COMPUTER L. 2.591.000  
MONITOR 14" L. 445.000**

### VENETO

● PADOVA - Via Carducci, 26

Tel. 049/681564

● PADOVA - Via Venezia, 61

Tel. 049/8074575

● CASTELFRANCO VENETO (TREVISO) - Galleria Europa, 20

Tel. 0423/720419

### LIGURIA

● GENOVA - Via XXV Aprile, 4/7

Tel. 010/296924

● RAPALLO (GENOVA) - Via Mazzini, 4/19

Tel. 0185/273289

### PIEMONTE

● VILLADOSSOLA (NOVARA) - Piazza Bagnolini, 10

Tel. 0324/51529

● NOVI LIGURE (ALESSANDRIA) - Via Garibaldi, 91

Tel. 0143/744590