

# Ancora sui prestiti e gli interessi

Restiamo in argomento con quanto abbiamo introdotto la puntata scorsa, interessandoci, ancora una volta, di operazioni finanziarie relative a banche, depositi, tassi di sconto, ecc. E continuiamoci a porre delle domande di povera persona qualunque che si vuol recare in banca non da sprovveduto. Useremo, ancora una volta, il sistema della volta scorsa (quello delle domande, tanto per intenderci) per introdurre l'argomento. ■

Il nuovo quesito che ci poniamo è: «La banca o, più verosimilmente, la compagnia di assicurazioni XX YY mi chiede di depositare ad intervalli prefissati una certa somma, per un certo periodo di tempo, ad intervalli prefissati. Alla scadenza, quale sarà il capitale accumulato?».

La risposta sarebbe semplice se si trattasse di calcolare il puro interesse lineare proveniente dal deposito stesso. In realtà la banca rivaluta non solo il capitale, che cresce periodicamente per i nostri depositi, ma gli stessi interessi che si accumulano e divengono essi stessi capitali, da sottoporre ad interesse. Si tratta in questo caso, di calcolare l'interesse composto del deposito effettuato, secondo la formula:

$$\text{Valore finale} = \text{rata} \cdot \left[ \frac{1 + \text{int}/N}{1 - 1/[\text{int}/N]} \right]^{N \cdot A} - 1$$

dove

int è l'interesse annuo nominale maturato  
 A è il numero degli anni  
 N è il numero delle rate (depositi) nell'anno  
 Il corrispondente programmino è in figura A.

Seconda domanda: il problema è quasi lo stesso, ma viene visto sotto una angolatura diversa: «Intendo depositare una certa somma in banca per un determinato periodo di tempo; quale sarà l'importo maturato alla sca-

denza se gli interessi, maturati periodicamente, diverranno essi stessi capitale fruttifero?».

Una piccola precisazione, anche per ciò che attiene al programma che precede ed a quelli che seguiranno: generalmente la scadenza di maturazione degli interessi è, specie se si tratta di banche, annuale; il programma comunque chiede sempre la periodicità di maturazione degli interessi. Potreste essere i vincitori di «Fantastico», e state tranquilli che qualunque banca, pur di far depositare i miliardi del concorso presso un suo sportello, sarebbe disposta a calcolarvi gli interessi come a voi più aggrada.

Nella premessa che venga fatto un solo deposito iniziale, senza ulteriori prelievi o depositi, il valore finale di riscatto sarà:

$$\text{Valore finale} = C [1 + \text{int}/N]^{N \cdot A}$$

che trova corrispondenza nel listato B.

Ancora un'altra visuale dello stesso problema: la domanda, stavolta, è: «Quale è la rata mensile che occorre versare per ottenere, in un certo periodo di tempo, considerando capitalizzato anche l'interesse, un certo valore finale?». La formula da applicare, che risulta poi tradotta nel programma di figura C, è la seguente:

$$\text{rata} = VF \cdot \left[ \frac{\text{int}/N}{1 + \text{int}/N} \right]^{N \cdot A} - 1$$

dove l'unica variabile nuova introdotta VF rappresenta il futuro valore che si desidera percepire.

Una ipotesi, adesso, un po' strana, o per meglio dire, atipica, per il nostro modo di pensare; si tratta, comunque, di una forma di investimento piuttosto diffuso in altri paesi; in pratica si tratta di sapere quanto è possibile prelevare, in maniera continua (ad esempio, mensilmente), da un investimento, in un certo periodo di tempo prima che questo si esaurisca del tutto. In altri termini è come se noi funzionassimo da banca. L'operazione può essere risolta con la formula:

$$\text{rata} = \text{Capitale} \cdot \left[ \frac{\text{int}/N}{1 + \text{int}/N} \right]^{N \cdot A} - 1$$

che è tradotta nel listato della figura C.

Rovesciamo il problema: «Quale è il valore dell'investimento richiesto perché fornisca, in un certo periodo di tempo, un rendimento costante voluto?». Si tratta, ovviamente, dello stesso problema, che vien affrontato utilizzando la stessa equazione precedente, che, risolta rispetto all'incognita «Capitale» diviene:

$$\text{capitale} = \text{rata} \cdot N / \text{int} \cdot \left[ 1 - \frac{1}{1 + \text{int}/N} \right]^{N \cdot A}$$

e porta al programma di figura D.  
 Quinta ipotesi: il programma di figura E permette di calcolare l'investimento necessario per ottenere, dopo un periodo di tempo conosciuto, un capitale finale desiderato. La formula

utilizzata per calcolare l'investimento iniziale è la seguente:

$$\text{cap. iniziale} = \frac{\text{cap. finale desiderato}}{[1 + \text{int}/N]^A}$$

con i soliti significati delle incognite.

E se invece vogliamo rivolgere il nostro interesse agli interessi (scusate il gioco di parole!)? La domanda potrebbe essere: «Se il capitale iniziale è stato X ed ha fruttato, applicando un

interesse composto, un valore finale di Y, quale è stato l'importo dell'interesse applicato?».

Occorre fare, prima di andare avanti, una piccola precisazione, ricavata dai testi da cui ho attinto le formule e le problematiche presentate (Poole L., Borchers M., Burke P., in primis, ma anche Castiglione R., Oltje F., solo per citarne alcuni; una bibliografia essen-

ziale sarà fornita alla fine di questa serie di note): in questo caso si tratta di interesse «nominale». Tanto per intenderci, occorre considerare che, in caso di interesse composto, l'interesse che periodicamente va a sommarsi al capitale fa lievitare, alla fine dell'anno (la distinzione è valida solo se il calcolo degli interessi è eseguito più volte nell'anno) il valore apparente dell'inte-

Il programma consente di calcolare il valore finale di un deposito fruttifero periodico, noti che siano gli interessi applicati, il numero di rate annuali, il periodo di pagamento e l'importo della rata stessa

```

zero:
CLS
PRINT " calcolo del valore finale di un deposito fruttifero periodico costante"
PRINT " in base alla conoscenza dell'importo mensile ,"
PRINT " e della periodicità dei pagamenti"

uno:
PRINT
PRINT " periodo di durata del deposito ( in anni e frazioni di esso)"
INPUT anni
PRINT " versamento regolare"
INPUT versamento
PRINT " numero delle rate nell'anno"
INPUT nrate
PRINT " interesse"
INPUT interesse : interesse = interesse / nrate / 100

due:

formula capitale = versamento * ((1 + interesse)^(nrate * anni) - 1) / interesse

PRINT " valore finale = " ; capitale
PRINT
PRINT " vuoi ricominciare (S/N)"
dieci:
k$=INKEY$: IF k$ = "" THEN dieci
IF UCASE$(k$) = "S" THEN zero

fine: END

```

Figura A

Il programma consente di calcolare il valore prelevabile da un deposito fruttifero perché questo si esaurisca in un certo periodo di tempo, noti che siano, l'ammontare del versamento iniziale, l'interesse, il numero dei prelievi nell'anno ed il numero di questi.

```

zero:
CLS
PRINT " calcolo dell'importo prelevabile da un deposito fruttifero"
PRINT " in base alla conoscenza dell'importo iniziale ,"
PRINT " dell'interesse applicato , della periodicità del prelievo"

uno:
PRINT
PRINT " periodo di durata del prelievo ( in anni e frazioni di esso)"
INPUT anni
PRINT " investimento iniziale"
INPUT versamento
PRINT " numero dei prelievi nell'anno"
INPUT nrate
PRINT " interesse"
INPUT interesse : interesse = interesse / nrate / 100

due:

formula prelievo = versamento * ( interesse / ((1 + interesse)^(nrate * anni) - 1) * interesse)
! la formula è stata semplificata moltiplicando ambedue i termini per nrat

e

PRINT " prelievo massimo ammesso = " ; prelievo
PRINT
PRINT " vuoi ricominciare (S/N)"
dieci:
k$=INKEY$: IF k$ = "" THEN dieci
IF UCASE$(k$) = "S" THEN zero

fine: END

```

Figura C

Il programma consente di calcolare il valore finale di un deposito fruttifero ad interesse composto, noti che siano gli interessi applicati, il numero di periodi annuali in cui viene calcolato l'interesse, il versamento iniziale, ed il numero degli anni di deposito

```

zero:
CLS
PRINT " calcolo del valore finale di un deposito fruttifero"
PRINT " in base alla conoscenza dell'importo iniziale ,"
PRINT " dell'interesse applicato , della periodicità del calcolo"
PRINT " degli interessi stessi , e della durata del deposito"

uno:
PRINT
PRINT " periodo di durata del deposito ( in anni e frazioni di esso)"
INPUT anni
PRINT " investimento iniziale"
INPUT versamento
PRINT " numero dei periodi di calcolo degli interessi nell'anno"
INPUT nrate
PRINT " interesse"
INPUT interesse : interesse = interesse / nrate / 100

due:

formula capitale = versamento * (1 + interesse)^(nrate * anni)

PRINT " valore finale = " ; capitale
PRINT
PRINT " vuoi ricominciare (S/N)"
dieci:
k$=INKEY$: IF k$ = "" THEN dieci
IF UCASE$(k$) = "S" THEN zero

fine: END

```

Figura B

Il programma consente di calcolare l'importo iniziale richiesto perché questo fornisca in un certo periodo di tempo, una rendita regolare noti che siano, l'ammontare del valore di rendita desiderato, l'interesse, il numero dei prelievi nell'anno ed il numero di questi.

```

zero:
CLS
PRINT " calcolo dell'importo iniziale necessario che fornisca"
PRINT " una rendita costante per un periodo desiderato ,"
PRINT " noti che siano l'ammontare della rendita desiderata,"
PRINT " l'interesse applicato , la periodicità del prelievo"

uno:
PRINT
PRINT " periodo di durata del prelievo ( in anni e frazioni di esso)"
INPUT anni
PRINT " importo di rendita desiderato"
INPUT rendita
PRINT " numero dei prelievi nell'anno"
INPUT nrate
PRINT " interesse"
INPUT interesse : interesse = interesse / 100

due:

formula capitale = rendita * nrate / interesse * (1 - 1 / ((1 + interesse / nrate)^(nrate * anni)))

PRINT " capitale iniziale necessario = " ; capitale
PRINT
PRINT " vuoi ricominciare (S/N)"
dieci:
k$=INKEY$: IF k$ = "" THEN dieci
IF UCASE$(k$) = "S" THEN zero

fine: END

```

Figura D

il programma consente di calcolare l'importo iniziale richiesto per fornire un valore desiderato dopo un periodo di tempo stabilito, noti che siano, l'ammontare del valore finale desiderato, l'interesse, il numero di volte in cui il capitale si rivaluta ogni anno e gli anni per cui il capitale resta depositato.

```

zero
CLS
PRINT " calcolo dell'importo iniziale necessario che fornisce "
PRINT " dopo un certo periodo un determinato capitale ."
PRINT "noti che siano l'ammontare finale desiderato,"
PRINT "l'interesse applicato , la periodicità di rivalutazione del capitale"
PRINT " ed il numero di anni di deposito del capitale stesso"

uno:
PRINT
PRINT " periodo di durata del deposito ( in anni e frazioni di esso)"
INPUT anni
PRINT "importo finale desiderato"
INPUT capitale finale
PRINT " numero di volte in cui si rivaluta il capitale nell'anno"
INPUT nrate
PRINT " interesse"
INPUT interesse : interesse = interesse / nrate / 100

due:
formula capitale iniziale = capitale finale / (1+interesse)^(nrates*anni)
attenzione : alcuni BASIC non distinguono le due variabili
capitale iniziale e capitale finale

PRINT "capitale iniziale necessario = ", capitale iniziale
PRINT
PRINT "vuoi ricominciare (S/N)"
dieci:
k$=INKEY$: IF k$ = "" THEN dieci
IF UCASE$(k$) = "S" THEN zero

fine END

```

Figura E

Il programma è, nelle premesse, abbastanza simile al precedente esso calcola l'effettivo interesse annuo applicato ad un deposito che, dopo un periodo di tempo stabilito, ha determinato un certo valore finale dopo un determinato numero di anni devono essere noti: l'importo iniziale, quello finale, ed il numero degli anni per cui il capitale è restato depositato.

```

zero
CLS
PRINT " calcolo dell'interesse effettivo netto applicato ad un capitale"
PRINT " che un deposito ha fornito ,"
PRINT "dopo un certo numero di anni,"

uno:
PRINT
PRINT " periodo di durata del deposito ( in anni e frazioni di esso)"
INPUT anni
PRINT "importo iniziale depositato"
INPUT capitale iniziale
PRINT "capitale finale"
INPUT capitale finale

due:
formula: interesse = ((capitale finale/capitale iniziale)^(1/anni)-1)*100
attenzione : alcuni BASIC non distinguono le due variabili
capitale iniziale e capitale finale

PRINT "interesse effettivo annuo applicato = ", interesse
PRINT
PRINT "vuoi ricominciare (S/N)"
dieci:
k$=INKEY$: IF k$ = "" THEN dieci
IF UCASE$(k$) = "S" THEN zero

fine END

```

Figura G

resse applicato (si parla in questo caso, di interesse effettivo, od efficace). L'interesse nominale applicato si calcola con la formula:  

$$\text{int} = N \cdot \left[ \left( \frac{\text{cap. finale}}{\text{cap. iniziale}} \right)^{1/[N \cdot A]} - N \right]$$
dove stavolta N rappresenta il numero di volte che, durante l'anno, viene ac-

creditato l'interesse.

Giriamo ancora una volta attorno al problema per affrontarlo in un'altra ottica (alla fin fine si tratta di formule provenienti dallo stesso ceppo, quindi non scopriamo nulla di nuovo: vogliamo solo evitare al lettore la fatica di

il programma consente di calcolare l'interesse applicato alla rivalutazione di un capitale iniziale dopo un periodo di tempo stabilito, noti che siano, l'ammontare del valore iniziale, quello finale, il numero di volte in cui il capitale si rivaluta ogni anno e gli anni per cui il capitale resta depositato.

```

zero:
CLS
PRINT " calcolo dell'interesse applicato ad un capitale"
PRINT " che un deposito ha fornito ,"
PRINT "noti che siano l'ammontare iniziale e finale del deposito,"
PRINT "la periodicità di rivalutazione del capitale"
PRINT " ed il numero di anni di deposito del capitale stesso"

uno:
PRINT
PRINT " periodo di durata del deposito ( in anni e frazioni di esso)"
INPUT anni
PRINT "importo iniziale depositato"
INPUT capitale iniziale
PRINT "capitale finale"
INPUT capitale finale
PRINT " numero di volte in cui si rivaluta il capitale nell'anno"
INPUT nrate

due:
formula: interesse = nrate * ((capitale finale/capitale iniziale)^(1/nrate/anni)-1) * 100
attenzione : alcuni BASIC non distinguono le due variabili
capitale iniziale e capitale finale

PRINT "interesse nominale applicato = ", interesse
PRINT
PRINT "vuoi ricominciare (S/N)"
dieci:
k$=INKEY$: IF k$ = "" THEN dieci
IF UCASE$(k$) = "S" THEN zero

fine END

```

Figura F

trarre le conclusioni necessarie). La domanda potrebbe stavolta essere: «Ho depositato, tempo fa, una certa somma X in Banca: attualmente, a Y anni di distanza, il mio gruzzolo ammonta a Z. Quale tasso (effettivo, stavolta, mi pare giusto!) è stato applicato dalla banca per arrivare a tale capitale?».

Stavolta la formula è:  

$$\text{int.} = [\text{valore effettivo/cap.iniziale}]^K - 1$$
dove K è pari all'inverso di A (numero di anni trascorsi dal deposito).

Il programma può essere utilizzato anche in un'ottica diversa: ad esempio può essere utile per calcolare quale interesse strappare alla banca perché un certo capitale ci possa portare, dopo un periodo di tempo, un certo frutto. Può essere utile per ricavare, a colpo sicuro, l'interesse ottenuto da un piano assicurativo o di capitalizzazione, a dispetto delle chiacchiere del non proprio corretto agente di assicurazione, bravissimo a farci vedere mari e monti, ma cui non riusciamo a strappare il valore preciso dell'interesse applicato.

E chiudiamo anche stavolta, sperando, senza meritare alcun premio Nobel, di aver fatto cosa utile a qualcuno. Ma non è finita; la prossima volta vedremo come preparare una tavola di ammortamento di un prestito, e vedremo come mai, all'inizio, sembra che il capitale che ci viene prestato non si riduce mai, a favore di interessi su cui le banche si gettano assetate di sangue; a risentirci!

# ROMAUFFICIO

## Dritti alla soluzione



ROMAUFFICIO  
CONSIGLIA  
**FEDERLEASING**

IN FIERA  
A CANONI AGEVOLATI

9<sup>a</sup> MOSTRA DELLE NUOVE  
TECNOLOGIE  
PER L'AZIENDA  
LO STUDIO PROFESSIONALE,  
LA PUBBLICA AMMINISTRAZIONE

**FIERA DI ROMA**  
**19-23 MARZO**

ORARIO  
10.00-20.00



PROMOSSA  
DALL'ISTITUTO MIDES  
TEL. (06) 31 17 30  
IN FIERA 51 23 339