

## Proprietà logiche fondamentali

Dopo aver esaminato le operazioni logiche fondamentali e visto come ricavare la tabella della verità di un circuito logico, diamo oggi un'occhiata ad alcuni teoremi fondamentali dell'algebra della logica mediante i quali potremo mettere in relazione le operazioni studiate.

### Teoremi di De Morgan

Due teoremi dell'algebra logica molto importanti, mediante i quali le operazioni fondamentali tra variabili binarie vengono in qualche modo connesse l'una all'altra, sono i teoremi di De Morgan. Esaminiamoli passo per passo.

Il primo può essere così enunciato: "la negazione del prodotto logico (And) di due variabili è uguale alla somma (Or) delle variabili stesse entrambe negate". Se a parole può sembrare complicato, esprimendo questo enunciato per mezzo di una relazione più compatta avremo:

$$\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$$

Cominciamo col verificare se quanto affermato dal teorema è vero. In altre parole andiamo a verificare che, combinando opportunamente due variabili come indicato dai due membri dell'espressione fornita, si ottiene lo stesso risultato. Il primo mem-

bro fornisce, per le variabili A e B, i seguenti risultati:

AB	A·B	$\overline{A \cdot B}$
00	0	1
10	0	1
01	0	1
11	1	0

mentre dal secondo ricaviamo:

AB	$\bar{A} \bar{B}$	$\bar{A} + \bar{B}$
00	11	1
10	01	1
01	10	1
11	00	0

Osservando le ultime due colonne della tabella, non è difficile constatare che, effettivamente, le due operazioni che compaiono nella relazione data si equivalgono. Facciamo un passo avanti andando ad esprimere l'enunciato di questo primo teorema in un modo leggermente diverso. O-

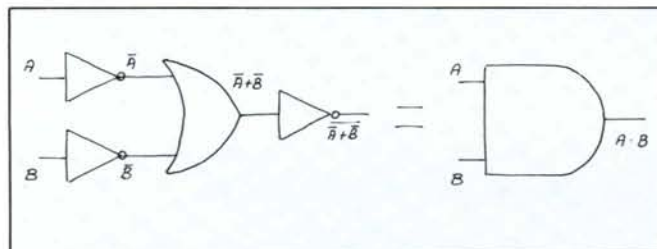


Figura 1 - Circuiti equivalenti ricavati applicando il primo teorema di De Morgan.

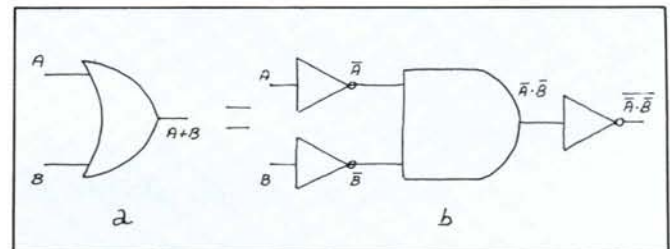


Figura 2 - Circuito Or equivalente ricavato dal secondo teorema di De Morgan.

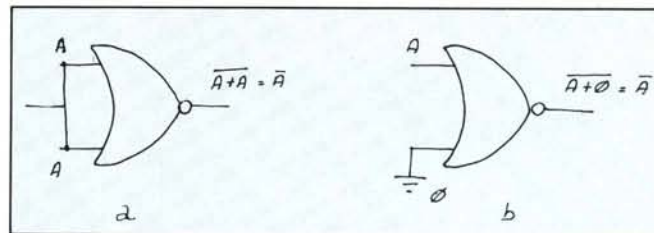
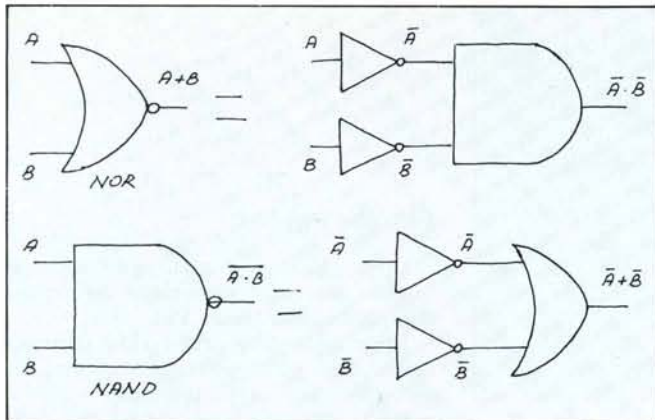


Figura 4 - Due modi di ricavare un Inverter impiegando una porta Nor.

Figura 3 - Nor e Nand ottenuti con And, Or e Inverter.

periamo un'operazione di negazione su entrambi i membri della relazione data. Otterremo:

$$\overline{(\overline{A \cdot B})} = \overline{(\overline{A + B})}$$

e poiché, come ricorderete, due negazioni di una stessa quantità si elidono, l'espressione data assume la seguente forma:

$$A \cdot B = \overline{A + B}$$

Sostanzialmente, osservando quest'ultima relazione, tra l'altro equivalente alla precedente, si deduce che, data una certa espressione che rappresenta una funzione logica, se ne può ottenere una equivalente partendo dalla prima semplicemente prendendo le due variabili, complementandole, scambiando tra loro i segni di somma e di prodotto, negando il tutto. L'importanza di questo teorema, che forse ancora non riuscite bene ad apprezzare, sta nel fatto che, in un'espressione logica, operando nella maniera opportuna, si ha la possibilità di scambiare l'operazione di And con quella di Or (e viceversa) e sta alla base dei processi di sintesi che permettono di semplificare notevolmente delle reti logiche complesse. Facciamo un primo esempio.

Supponiamo di trovarci in laboratorio e, dovendo montare un circuito sperimentale, ci accorgiamo di aver bisogno di una porta And e di esserne sprovvisti. Abbiamo però delle porte Or e degli Inverter e pensando ad essi ci viene in mente che, conoscendo il metodo opportuno, potremo combinarli in modo tale da realizzare un circuitino che, a conti fatti, abbia una tabella della verità identica a quella dell'And che ci manca. Con un minimo di attenzione, ci accorgiamo che il modo in cui dovremo combinare i gate a nostra disposizione ce lo porge il teorema di De Morgan. Se fate mente locale all'ultima espressione data per questo teorema, vi accorgete guardando il secondo membro che, se prendete le due variabili da combinare in un'operazione di And e le invertite con due degli Inverter a vostra disposizione, le sommate con uno degli Or e negate il risultato ancora con un Inverter, avrete ottenuto proprio un'operazione di And, così come volevate. Questa sintesi è illu-

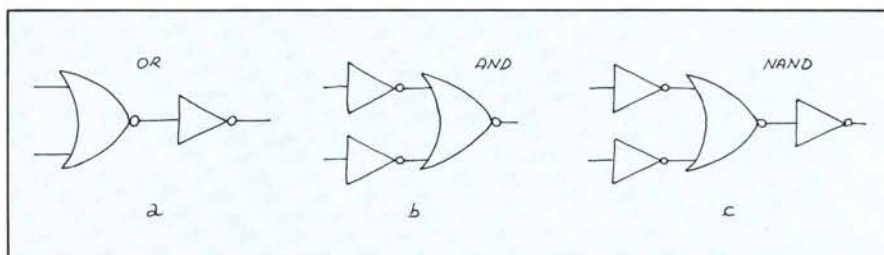


Figura 5 - Or, And e Nand risultanti dalla combinazione di Nor e Inverter.

strata nel circuito della figura 1 il quale si comporta esattamente come un gate che implementa l'operazione di And.

Naturalmente il processo può essere anche visto nel verso opposto e cioè, se vi accorgete che in un circuito è presente un blocco identico a quello della figura 1, in linea teorica potrete tranquillamente sostituirlo con un semplice And ottenendo una notevole semplificazione del tutto.

### Il secondo teorema

L'altro teorema di De Morgan afferma invece che: "la negazione della somma logica di due variabili (Nor), equivale all'And effettuato tra le stesse variabili negate". In altre parole, vale la seguente relazione:

$$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$

che andiamo subito a verificare.

Per il primo membro si ottiene la seguente tabella:

AB	A + B	$\overline{A + B}$
00	0	1
10	1	0
01	1	0
11	1	0

mentre per il secondo avremo:

AB	$\overline{A} \cdot \overline{B}$	$\overline{A} \cdot \overline{B}$
00	11	1
10	01	0
01	10	0
11	00	0

Anche in questo caso, osservando l'ultima colonna, non è difficile convincersi che le due relazioni si equivalgono. Usando lo stesso procedimento di negazione di entrambi i membri dell'espressione rappresentativa del teorema di De Morgan, si arriva a quest'altra maniera di scrittura della relazione:

$$A + B = \overline{\overline{A} \cdot \overline{B}}$$

tramite la quale, ancora una volta, si vede che abbiamo a disposizione un potente mezzo con il quale scambiare un'operazione di Or con una di And. Quest'ultima relazione è illustrata con un circuito pratico nella figura 2.

Per completezza, riportiamo nella figura 3 due circuiti con i quali è possibile realizzare le operazioni di Nor e Nand combinando altre operazioni logiche.

### Il Nor come logica fondamentale

La volta scorsa abbiamo visto come, impiegando solo delle porte Nand, sia stato possibile ricavare le altre funzioni logiche studiate e cioè Not, And, Or e Nor. Vogliamo far vedere oggi che lo stesso processo è possibile impiegando la sola operazione di Nor, assunta come fondamentale. Ricaviamo per prima cosa l'operazione di Not.

Osservando la prima e l'ultima riga della seguente tavola della verità, che rappresenta l'operazione Nor,

AB	NOR
00	1
10	0
01	0
11	0

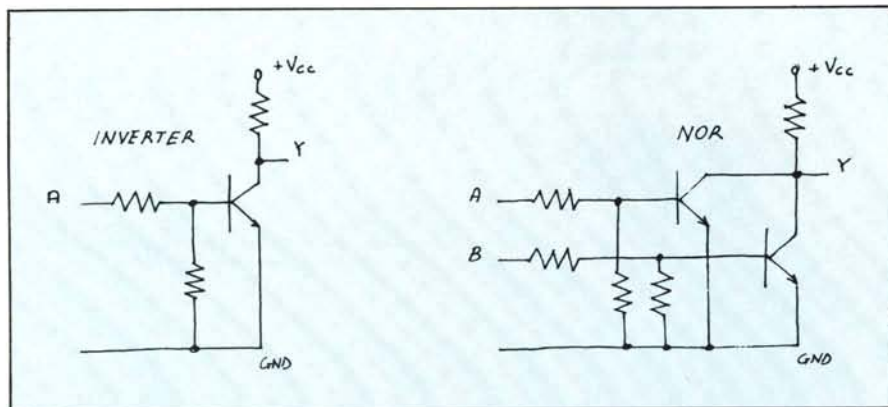


Figura 6 - Due circuiti logici ricavati in logica RTL

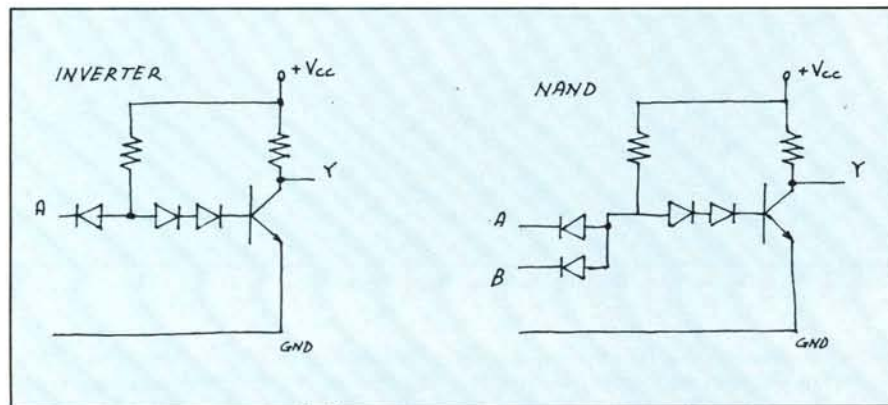


Figura 7 - Inverter e Nand in logica DTL

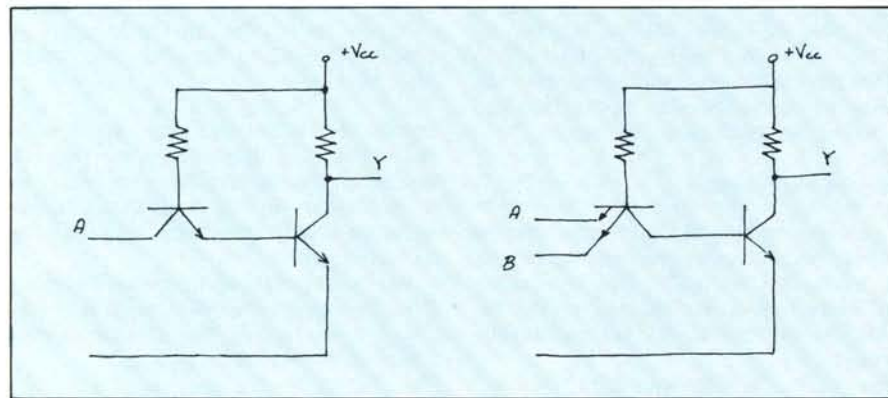


Figura 8 - Circuiti logici TTL

cioè quelle in cui si combinano due variabili identiche (00 e 11) non è difficile dedurre che, se sugli ingressi di una porta Nor è presente la stessa variabile, in uscita troveremo, negata, la stessa quantità presente sui due ingressi. Non è neanche difficile dedurre e verificare che vale la seguente relazione:

$$\overline{A + A} = \overline{A}$$

Ciò ci suggerisce allora di collegare il Nor come indicato nella figura 4a) ottenendo così un semplice circuito invertitore che svolge l'operazione di Not. Sempre osservando la stessa tabella, vediamo ancora che, grazie a quanto accade nella prima e nella seconda riga, fissato un ingresso a zero, l'uscita avrà sempre un valore opposto a quello posto sull'altro ingresso. Que-

sto evento può essere sintetizzato dalla relazione:

$$\overline{A + 0} = \overline{A}$$

che ci induce subito a collegare il nostro gate Nor come indicato nella figura 4b): è un altro metodo per realizzare un Inverter.

Utilizzando ora uno degli Inverter trovati e ponendolo sull'uscita di un gate Nor, otterremo, come indicato nella figura 5a), un circuito che implementa l'operazione Or. La funzione di And, come conseguenza diretta di uno dei teoremi di De Morgan, può essere invece implementata dallo schema della sezione b) della stessa figura. Esso in pratica è quello impiegato nella figura 2b) al quale è stato aggiunto un Inverter. Infine, in 5c) troviamo realizzata la funzione Nand.

## Famiglie logiche

In conclusione, riteniamo interessante qualche cenno sull'evoluzione dei circuiti digitali fino alla logica TTL.

I primi circuiti digitali furono costruiti realizzando, su appositi circuiti stampati, un certo numero di porte logiche — implementate utilizzando dei transistori e delle resistenze — che poi venivano collegate l'una all'altra per realizzare funzioni complesse. Per comodità costruttiva, non era inconsueto replicare molte volte, su una stessa scheda, lo stesso tipo di porta logica scelto come fondamentale e, partendo da essa, realizzare le altre mediante opportune combinazioni (come abbiamo visto prima). Le strutture circuitali che si diffusero all'inizio furono quelle RTL (Resistor-Transistor-Logic) e DTL (Diode-Transistor-Logic). Le prime erano costruite utilizzando transistor e resistori mentre per le altre venivano impiegati diodi e transistori.

Nella figura 6 si può osservare un Inverter ed un Nor realizzato in logica RTL. Riferendoci al Nor, non è difficile dimostrare (non è comunque questa la sede per farlo) che l'uscita è bassa se almeno uno degli ingressi è a livello alto e la funzione di Nor viene così rispettata. Questo tipo di logica (che ebbe una vasta diffusione integrata in un certo tipo di circuiti monolitici) presentava però alcuni inconvenienti, tra cui un basso "margine di rumore" ed una scarsa capacità di pilotare altre porte limitandone così l'utilizzo per collegamenti in cascata. Per rimediare alla "bassa immunità al rumore a livello basso", si cominciò ad usare (figura 7) la logica DTL. Con essa si ottenevano prestazioni migliori grazie a dei diodi inseriti tra il punto H e K che in seguito, sostituiti da un particolare diodo, lo Zener, hanno permesso di realizzare un tipo di logica, detta HNIL (High Noise Immunity Logic) o logica ad altissima immunità al rumore, ottima per essere impiegata in ambienti tipo officine dove c'è un livello molto alto di disturbi.

La logica DTL grazie all'avvento del transistore multiemettitore, fu superata dalla TTL o Transistor-Transistor-Logic (figura 8), tutt'ora ampiamente impiegata, che usa transistori i quali lavorano in un "regime di saturazione e di interdizione". Con questo sistema si riescono ad ottenere tempi di commutazione molto brevi e quindi un'elevata velocità.

Velocità ancora più elevate sono infine raggiunte in logica TTL Schottky ed ECL in cui si ottengono tempi molto ridotti non portando i transistori in completa saturazione.

## Assistenza tecnica e nastri originali

Anche le stampanti più affidabili e più robuste hanno la necessità, talvolta, di assistenza e manutenzione.

La Mannesmann Tally offre, su tutto il territorio nazionale, un Servizio di Assistenza tecnica rapida ed efficiente che viene proposto all'utente in varie forme, con o senza contratto, secondo le specifiche esigenze:

- Pronto intervento presso l'utente
- Riparazioni presso i laboratori Mannesmann Tally
- Riparazioni a "prezzo fisso" per i modelli di macchine a basso costo
- Contratti di estensione della garanzia

Per una maggiore affidabilità e una minore manutenzione è consigliabile utilizzare sempre nastri originali Mannesmann Tally.

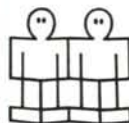
Per maggiori informazioni chiamare:

Milano - Tel. (02) 4502850/855/860/865/870

Roma - Tel. (06) 8278458

Torino - Tel. (011) 8225171

Bologna - Tel. (051) 832508



# Tutte le garanzie del n. 1

 **MANNESMANN**  
**TALLY**

20094 Corsico (MI) - Via Cadamosto, 3