

software

SOA

Soluzione di sistemi lineari fino all'11° grado

di Alessandro Santarelli - Roma

... ovvero come abbattere il muro delle dimensioni a due cifre pur avendo una memoria limitata.

L'algoritmo e l'occupazione di memoria

L'algoritmo si basa sul metodo delle eliminazioni successive di Gauss, con il quale il sistema di "n" equazioni in "n" incognite dato ($Ax=b$) viene trasformato in uno equivalente in forma triangolare, cioè con la matrice dei coefficienti triangolare superiore, in modo tale che, partendo dall'ultima equazione ridotta semplicemente ad $a_{nn}x_n = b_n$

si possono ricavare per sostituzioni successive tutte le incognite del sistema.

La triangolarizzazione della matrice viene effettuata ponendo, per $k=1, 2, \dots, n-1$ e per $i = k+1, k+2, \dots, n$

$$a_{ij} = a_{ij} - (a_{ik}/a_{kk}) a_{kj}$$

con $j=k, k+1, \dots, n$ e ponendo

$$b_i = b_i - (a_{ik}/a_{kk}) b_k$$

In altri termini al passo $k=1$ si sostituiscono alle righe 2,3, ecc, opportune combinazioni lineari di queste con la 1°, in modo che le righe così ottenute manchino del termine a_{i1} (per $i=2,3, \dots, n$).

Poi al passo $k=2$ si sostituiscono alle righe 3,4 ecc, opportune combinazioni lineari di queste con la 2° riga, in modo che le righe ottenute manchino del termine a_{i2} ($i=3,4, \dots, n$).

E così via fino al passo $k=n-1$, dopo di che si passa alla risoluzione vera e propria con il procedimento delle sostituzioni all'indietro calcolando per $i=n, n-1, \dots, 1$

$$x_i = \left(b_i - \sum_{K=i+1}^n a_{iK} x_K \right) / a_{ii}$$

$$x_n = b_n / a_{nn}$$

Come si vede al passo "k" vengono aggiornate tutte le equazioni per $i=k+1, \dots,$

000	43	RCL	093	61	GTO	166	02	02
001	01	01	084	00	00	167	44	SUM
002	42	STO	085	27	27	168	05	05
003	07	07	086	69	DP	169	73	RC+
004	43	RCL	087	24	24	170	05	05
005	00	00	088	43	RCL	171	69	DP
006	42	STO	089	04	04	172	35	35
007	05	05	090	32	XIT	173	91	R/S
008	69	DP	091	77	GE	174	61	GTO
009	25	25	092	00	00	175	01	01
010	32	XIT	093	00	00	176	69	69
011	91	R/S	094	01	1	177	76	LBL
012	72	ST+	095	42	STO	178	11	H
013	01	01	096	04	04	179	42	STO
014	69	DP	097	43	RCL	180	00	00
015	21	21	098	01	01	181	86	STF
016	97	DSZ	099	42	STO	182	08	08
017	05	05	100	03	03	183	01	1
018	00	00	101	69	DP	184	42	STO
019	11	11	102	31	31	185	04	04
020	09	9	103	43	RCL	186	32	XIT
021	42	STO	104	03	03	187	09	9
022	02	02	105	42	STO	188	42	STO
023	43	RCL	106	02	02	189	01	01
024	04	04	107	43	RCL	190	61	GTO
025	42	STO	108	01	01	191	00	00
026	05	05	109	42	STO	192	00	00
027	22	INV	110	07	07	193	76	LBL
028	97	DSZ	111	43	RCL	194	17	B*
029	05	05	112	04	04	195	43	RCL
030	00	00	113	42	STO	196	02	02
031	86	86	114	05	05	197	42	STO
032	43	RCL	115	25	CLR	198	07	07
033	07	07	116	22	INV	199	69	DP
034	42	STO	117	97	DSZ	200	34	34
035	01	01	118	05	05	201	76	LBL
036	73	RC+	119	01	01	202	12	B
037	01	01	120	34	34	203	43	RCL
038	55	-	121	69	DP	204	07	07
039	73	RC+	122	31	31	205	42	STO
040	02	02	123	85	+	206	01	01
041	68	NDP	124	73	RC+	207	43	RCL
042	95	=	125	01	01	208	04	04
043	42	STO	126	65	x	209	32	XIT
044	03	03	127	73	RC+	210	61	GTO
045	43	RCL	128	02	02	211	00	00
046	00	00	129	69	DP	212	00	00
047	75	-	130	22	22	213	76	LBL
048	43	RCL	131	61	GTO	214	14	D
049	04	04	132	01	01	215	09	9
050	85	+	133	16	16	216	42	STO
051	43	RCL	134	69	DP	217	07	07
052	05	05	135	31	31	218	43	RCL
053	85	+	136	75	-	219	00	00
054	01	1	137	73	RC+	220	42	STO
055	95	=	138	07	07	221	05	05
056	42	STO	139	95	=	222	01	1
057	06	06	140	94	+/-	223	65	x
058	69	DP	141	55	+	224	73	RC+
059	21	21	142	73	RC+	225	07	07
060	69	DP	143	01	01	226	32	XIT
061	22	22	144	95	=	227	43	RCL
062	73	RC+	145	72	ST+	228	05	05
063	01	01	146	02	02	229	44	SUM
064	75	-	147	69	DP	230	07	07
065	73	RC+	148	24	24	231	69	DP
066	02	02	149	43	RCL	232	27	27
067	65	x	150	04	04	233	32	XIT
068	43	RCL	151	32	XIT	234	97	DSZ
069	03	03	152	43	RCL	235	05	05
070	95	=	153	00	00	236	02	02
071	69	DP	154	77	GE	237	23	23
072	31	31	155	01	01	238	95	=
073	72	ST+	156	01	01	239	91	R/S
074	01	01	157	01	1	240	00	0
075	69	DP	158	76	LBL	241	00	0
076	21	21	159	13	C	242	00	0
077	97	DSZ	160	94	+/-	243	00	0
078	06	06	161	42	STO	244	00	0
079	00	00	162	05	05			
080	58	58	163	69	DP			
081	69	DP	164	25	25			
082	22	22	165	43	RCL			

n e questo ha una motivazione importante: può infatti accadere che il termine $a_{k+1,k+1}$ calcolato al passo "k" e che sarà il divisore al passo successivo, si sia annullato e quindi per rimediare a tale inconveniente si effettua un riordinamento parziale scambiando la riga $k+1$ con una ad essa successiva avente il termine di cui sopra non nullo.

Inoltre lo scambio può essere effettuato allo scopo di minimizzare gli errori di troncamento ed in questo caso si mette alla riga $k+1$ l'equazione con il primo coefficiente più grande di quello delle altre.

Se però osserviamo che il calcolo della 2° riga della matrice triangolare definitiva dipende solo dalla 1° riga, il calcolo della terza dipende dalla 1° e dalla 2°, e così via, è immediato allora constatare che, inserendo una riga alla volta ed elaborandola fino alla versione definitiva prima di inserire la riga successiva, si arriverà ad una occupazione massima della memoria proporzionale ad $n^2/2$ invece di n^2 .

Più precisamente, la matrice triangolare più il vettore dei termini noti occupano

$$p = n(n+1)/2 + n$$

celle di memoria, ma se si considera che prima di effettuare il passo $n-1$ sono occupate $p-2$ celle, a cui si aggiungono altre $n+1$ dell'ultima riga introdotta, in totale si hanno al massimo

$$p = n(n+1)/2 + 2n - 1$$

celle, che per $n=11$ fa 87, numero evidentemente compatibile con la memoria disponibile della TI 59!

Per $n=12$ si ha $p=101$, per cui è impossibile risolvere sistemi aventi $n > 11$.

È bene notare a questo punto che con la scelta del procedimento fatta, non può essere più effettuata la fase di riordinamento parziale, il che d'altro canto comporta un risparmio di memoria e di tempo di elaborazione.

L'allocazione scelta per le righe della matrice triangolare in memoria è naturalmente sequenziale: a partire dall'indirizzo iniziale le prime $n+1$ celle contengono la 1° riga (incluso il termine noto), poi le n celle successive la 2° riga, e così via per le righe seguenti, ogni riga con una cella in meno rispetto alla precedente.

Il vettore soluzione è agganciato dopo il termine noto b_n , in modo da non alterare la matrice ottenuta.

Il programma realizzato occupa complessivamente fino alla locazione 239 e necessita di non meno di 4 registri per indirizzamenti indiretti e contatori, per cui con la partizione massima ammissibile (239.89) non si ha memoria dati sufficiente per un sistema con $n=11$: questo inconveniente è comunque facilmente superabile, come vedremo più avanti, dal momento che il nucleo del programma, la parte che esegue la risoluzione del sistema, è memorizzato nei passi 000-156.

L'uso del programma

Per avviare l'esecuzione bisogna impostare il valore di "n" e premere il tasto A: dopo ogni fase di elaborazione il programma si arresta visualizzando l'indice della riga da inserire, i cui elementi devono essere tutti immessi in ordine crescente dell'indice di colonna, premendo R/S dopo l'impostazione di ognuno di essi ed inserendo come ultimo elemento anche il termine noto.

Naturalmente la durata di elaborazione intercorrente tra una riga e l'altra aumenta all'aumentare dell'indice di riga.

Effettuata la prima fase di triangolarizzazione del sistema (passi 000-093) il programma passa alla fase di sostituzioni all'indietro (passi 094-156), terminata la quale visualizza il valore di x_1 ; per visualizzare le altre soluzioni bisogna premere R/S in successione e per avere in particolare la soluzione x_i bisogna impostare il valore "i" e premere C.

Il calcolo del determinante, che sfrutta la formula riguardante le matrici triangolari

$$\det = \prod_{i=1}^n a_{ii}$$

può essere effettuato premendo il tasto D, dopo la risoluzione del sistema.

Nel caso che durante la fase di impostazione degli elementi di una riga si sia commesso un errore, si preme B, dopodiché la riga va reimpostata dal primo termine.

Come avevamo detto precedentemente esiste la possibilità, peraltro mai verificata in tutte le prove fatte, che si annulli un divisore dell'algoritmo di Gauss.

Per questo motivo nella fase di inizializzazione della Label A viene settato il flag 8 (arresto immediato del programma in caso di errore): se, a seguito della condizione di errore, il programma si arresta, si può ripartire premendo CLR B' e reimpostando, al posto della riga precedente all'ultima immessa, una ad essa successiva, effettuando per l'appunto uno scambio di righe. Ricordiamo a tal proposito che nel calcolo del determinante, ad ogni scambio così effettuato se ne deve cambiare il segno.

Inoltre per seguire l'andamento dei valori assunti dai divisori, si può sostituire la Nop al passo 041 con una Pause oppure una Print.

Nel caso in cui $n = 11$, si devono necessariamente eseguire a mano delle sequenze dopo aver posto la ripartizione a 159.99:

- per l'inizializzazione
11 STO 00 1 STO 04 x> <t 9 STO 01 Stflg 8
GTO 000 R/S
- per la reimpostazione di una riga errata
CLR RCL 07 STO 01 RCL 04 x> <t GTO 000
R/S

1	2	0	1	.5	3	.5	1	-1	-3.3	2
1	1	1	0	1	1	0	0	2	-1	0
-1	0	.3	1	0	3	1	-1	0	0	-1
0	-1	0	4	1	0	.1	1	1	0	.5
3.5	.2	7	0	3	1.1	0	-1	-5	-2	-1
0	5.25	-1	-1	0	0	1	0	0	-1	0
-11	-3	1	1.5	2	-2	1	-.5	1	1	1
-4	0	0	0	0	13	2	1	0	-.1	0
0	3	-1.5	-2	-3	0	1.5	6	-12	6	0
1	1	1.1	.3	1.11	1.15	0	0	.3	-1	1.3
0	0	0	1	1	0	-.5	.7	.7	-1	2.2

Figura 1 - Matrice A dei coefficienti del sistema.

-1.3	1
6	-1
5.9	2
6.15	1.5
24.7	1
-9.75	1
-9.3	-2
4.6	-.5
-30	.5
1.77	-1
-2.76	-3.3

Figura 2 - A sinistra: vettore b dei termini noti. A destra: vettore x delle soluzioni.

- per lo scambio di righe
CLR RCL 02 STO 07 Op 34 e poi la sequenza precedente.

Alla fine del calcolo del vettore soluzione il programma si arresta con un "1" lampeggiante (se non si è immesso un R/S al passo 157); per conoscere l'indirizzo di x_i basta eseguire un RCL 02, mentre le soluzioni successive si trovano ad indirizzi di volta in volta decrescenti di uno.

Per quanto riguarda i tempi complessivi di input dati ed elaborazione c'è da dire che essi sono leggermente inferiori (ca 10") a quelli del ML2; inoltre per $n = 10$ si hanno 13 secondi e per $n = 11$ circa 17 secondi.

Abbiamo ricevuto tre segnalazioni riguardanti i due programmi pubblicati nei numeri precedenti di MC.

In particolare sul numero 22 è stato pubblicato il programma "Secret Number", riguardo al quale l'autore ci comunica: "Ho riscontrato un errore nel programma, errore che consiste nella mancanza di un'istruzione "CLR" al passo 36 tra la "Lbl 3" ed il "Fix (SST)", che potrebbe rovinare l'effetto del movimento del "-" sul display, quando si indovina il numero segreto".

Invece sul numero 25 abbiamo pubblicato il programma "Partite di calcio": lasciamo la parola all'autore per una piccola correzione.

"Colgo l'occasione per correggere un errore nelle istruzioni per l'uso del programma (errore che vi avevo già segnalato in una lettera a parte, evidentemente non giunta in tempo): il passo "L" è da correggere nella maniera seguente:

L) A giornata finita premere SBR 021."

La precisione invece è dello stesso ordine del ML2

per $n = 10$ max error $< 10^{10}$

per $n = 11$ max error $< 5 \cdot 10^9$

Purtroppo l'algoritmo proposto non è efficiente per la TI-58 in quanto con $n = 7$ ($n = 6$ è il limite imposto da ML2) servono 41 celle di memoria al massimo, il che significherebbe una partizione 79.49 insufficiente come memoria di programma.

Un piccolo esempio

Questo paragrafo è dedicato a tutti i lettori increduli riguardo all'effettivo funzionamento del programma: solo per loro forniamo un sistema di 11 equazioni in 11 incognite, con relativa soluzione, così si imparano ...!

La matrice A è quella riportata in figura 1, mentre viceversa il vettore dei termini noti b e quello delle soluzioni x sono riportati in figura 2.

Per coloro che invece non volessero cimentarsi in tale calcolo (si tratta di 132 termini, tra coefficienti e termini noti), consigliamo di provare gli esempi riportati nel manualetto d'uso del modulo ML, relativi al programma già citato (ML2). **MC**

Infine parliamo ora di un vero e proprio refuso tipografico.

Il lettore Maurizio Placidi di Verona ci scrive:

"Scrivo riguardo l'articolo "Rubrica telefonica" pubblicato a pag. 77 del n. 20 di MC.

Sono una delle due o tre persone che non conoscono come si genera il codice 31 (LRN) e che anche con la nota sequenza STO3 L BST BST 2nd Del SST non ci riesce perché non sa quale tasto premere per generare "L" ..."

Ooops!!! È tutta colpa delle vecchie macchine per scrivere che non hanno il tasto con la cifra "1": in tali macchine il numero in questione era stato "sintetizzato" con un carattere "1".

Per qualche strano motivo la elle è diventata maiuscola ...

Comunque la sequenza deve leggersi come STO 31 BST BST 2nd Del SST dove appunto il "31" è il codice da generare.

MANNESMANN TALLY



TALLY SPIRIT: BASTA AI DUBBI TRA PRESTAZIONI E PREZZO.

Collegare una stampante ad un personal computer molto spesso fa sorgere dei problemi: o spendere troppo in

rapporto al costo del computer o acquistare una stampante economica che può creare problemi di funzionamento.

Oggi con SPIRIT, della MANNESMANN TALLY, è possibile mettere d'accordo qualità, costi e

affidabilità.

SPIRIT è la stampante già predisposta per il collegamento con tutti i personal in commercio che consente di non rinunciare a tutte le più elevate prestazioni professionali.

SPIRIT è disponibile in CELDIS con CONSEGNA IMMEDIATA.

Celdis, Distributore Ufficiale per tutto il territorio nazionale dei prodotti Mannesmann Tally, oltre la piccola SPIRIT consegna da stock tutti gli altri modelli di stampanti: MT 180, MT 440 fino alla MT 660.



**MANNESMANN
TALLY**

CELDIS

Celdis Italiana S.p.A.

Via F.lli Gracchi, 36 - 20092 Cinisello Balsamo (Milano) - Tel. (02) 612.16.51

Filiali: Torino - Padova - Bologna - Roma

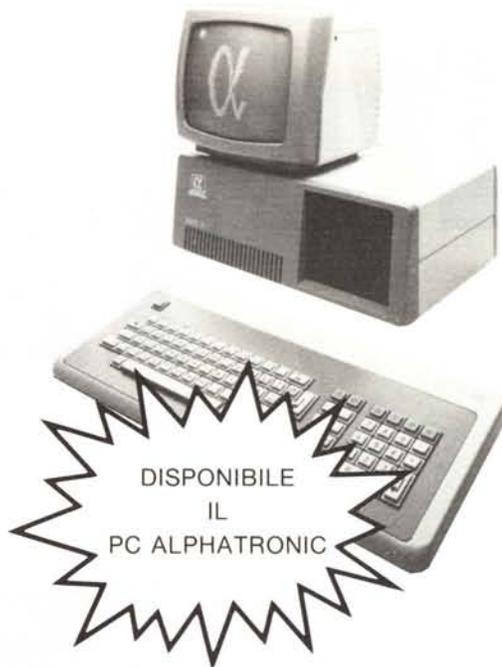
il distributore



TA

TRIUMPH-ADLER

- Modelli: PC -P3 - P4
- Minifloppy: da 320 Kbytes a 785 Kbytes
- Hard disk: da 5 Mbytes
- Video a fosf. verdi: 24 × 80 car.
- Stampanti:
ad aghi DRH80-DRH136-DRS250;
a margherita TRD170S
- Macchine da scrivere
interfacciabili
- Linguaggi: BASIC - PASCAL
FORTRAN IV - COBOL
- Prezzi da L. 1.050.000
a L. 9.600.000



BIBLIOTECA PROGRAMMI ALPHATRONIC

Contabilità generale: Partitari - Situazione contabile - Registri IVA - Denunce e allegati annuali IVA.

Contabilità semplificata: Registri IVA - Riepiloghi periodici - Situazione contabile - Elenco clienti e fornitori.

Paghe e stipendi: Cedolino - Quadrature - Elaborazioni mensili - Servizi annuali.

Amministrazione condominiale: Ripartizione - Acconti - Spese - Fornitori.

Magazzino e fatturazione: Gestione preventivi; conferma d'ordine, bolle in automatico con fatturazione (immediata, differita, accompagnatoria) in codice alfanumerico - Listino - Giornale - Inventari valorizzati: prezzi di acquisto - Inventari valorizzati: prezzi di vendita - tratte e ricevute bancarie - Statistica di vendita.

Legge 373: Calcolo e progettazione delle dispersioni termiche di un edificio.

Programmi di utilità: Cross-reference - Dump memoria/disco - Routine in assembler - Auto-index.

Ingegneria civile/2: Strutture semplici e frequenti.

Medicaldata: Visite mediche - Analisi - Scheda sanitaria - Controllo economico.

Mercati Ortofrutticoli: Gestione partite, ordini, fatture, clienti, fornitori, stampe riepilogative di fine giornata, trasmissione dati per studi commerciali.

Ottici e Lenti Corneali: Gestione archivio clienti con prima e successive prescrizioni. Gestione magazzini: Lenti corneali - Ottica - Materiali - Sbozzi e semilavorati. Statistiche.

Ingegneria in regime sismico - Data Base - Text-editor - Mailing list - Alberghi - Case di spedizionieri e trasporti - Controlli numerici - Laboratori analisi - Collegamento HP-3000 come terminale intelligente - Gestione assicurazioni - Word-processing (utilizzabile con Triumph-Adler SE 1010 o SE 1005)

Disponibili schede di tipo: Parallela - Grafica ad alta risoluzione - Seriale - Orologio - Eprom Programmer.

RIVENDITORI AUTORIZZATI TRIUMPH-ADLER:

MILANO
FIRENZE
VIAREGGIO (LU)
PESCARA
L'AQUILA
ROMA
ROMA
ROMA
ROMA
MONTEROTONDO (RM)
NAPOLI

S.C.E.D. ELECTRONIC s.r.l.
SOFTLAB s.r.l.
LOGICA COMPUTER s.a.s.
ITALDATA s.r.l.
S.E.A.D. s.r.l.
EMMEPI s.n.c.
PRIMAPRINT s.r.l.
SIPED s.n.c.
TECNOSINTESI s.n.c.
LINEA UFFICIO s.n.c.
C.I.E.D. s.r.l.

Via Meda 15 - Tel. 02/8394486
V.le Europa 101 - Tel. 055/683859
Via Fratti 165 - Tel. 0584/42704 - 3532352
Via Tiburtina 75 - Tel. 085/50843 - 54800
Via dei Giardini 16/a - Tel. 0862/315754
Via Accademia dei Virtuosi 7 - Tel. 06/5410273
Via Ulisse Dini 10 - Tel. 06/5578338
Via Amelia 32 - Tel. 06/787013
Via G. Ricci Curbastro 34/b - Tel. 06/5563676
Via S. Martino 36 - Tel. 06/9001082
P.zza Garibaldi 82, S. Giuseppe Vesuviano
Tel. 081/8282545 - 8273625