MCsoftware RPN

a cura di Paolo Galassetti

Ecco alcuni programmi di puro e semplice calcolo numerico, ma non per questo privi di interesse.

Particolarmente interessante, se non altro a livello di curiosità (nella maggior parte delle applicazioni, conoscere ottocento cifre significative di π serve poco!), è il programma "DEXPI", al quale mi sono permesso di affiancare una seconda versione ("DEXPI2") con sostanziali modifiche alla parte relativa all'output dei risultati. La versione originale di "DEXPI" proposta dal signor Ciandrini, infatti, prevede esclusivamente l'uso di tale programma con la stampante collegata alla 41C, risultando impossibile, senza di essa, la lettura del risultato. In pratica, il programma proposto, per costruire la stringa relativa al risultato da stampare, si avvale del buffer della stampante, componendo in esso i vari "spezzoni" di sei cifre, per poi stamparli con l'istruzione "PRBUF". Nella versione modificata invece, i vari gruppi di dodici cifre vengono composti nel registro ALPHA e poi vengono stampati o visualizzati, a seconda che la stampante sia presente o meno, con l'istruzione "AVIEW". Per l'uso della versione modificata del programma "DEXPI2", bisogna impostare in X il numero di cifre decimali che si vogliono calcolare, e premere XEQ "DEXPI2", dopo aver trascorso il tempo necessario per il calcolo, sul visore comparirà la scritta "PI = 3," seguita dalle prime sei cifre decimali calcolate; premendo R/S appariranno le dodici cifre seguenti e così via, premendo ogni volta R/S. Se l'ultimo gruppo di dodici cifre da rappresentare è composto di sole sei cifre significative, sul visore compariranno tali sei cifre seguite da sei punti (a ricordare che non finisce lì ...). Una volta stampati o visualizzati tutti i numeri, una ulteriore pressione del tasto R/S fa comparire la scritta "FINE". È possibile stampare o visualizzare di nuovo il risultato senza dover ricominciare daccapo il calcolo, semplicemente eseguendo XEQ "P", anche se la calcolatrice è rimasta spenta (bontà della memoria continua), purché non si siano alterati o cancellati i registri di memoria dati; ciò suggerisce la possibilità di inserire una istruzione "OFF" dopo il passo 1Ø4, dimodoché sia possibile avviare l'elaborazione della calcolatrice lasciandola poi accesa a lavorare da sola: quando essa avrà terminato l'esecuzione, si spegnerà da sé; a questo punto, quando si vuole, basta accendere la calcolatrice e stampare o visualizzare, a piacere, il tanto sudato risultato, premendo XEQ "P".

Questo programma, caricato nella versione base della 41C senza espansioni di memoria, riesce a calcolare 6Ø cifre decimali di π.

"DEXEV" (Decimal EXpansion EValuation)

di Flavio Ciandrini - Mortara (PV)

Tutti i numeri razionali della forma p/q (frazioni) possono essere trasformati in numeri decimali tramite il procedimento elementare della divisione.

Lo sviluppo decimale di una frazione ridotta ai minimi termini è limitato solo se la fattorizzazione del denominatore è formata esclusivamente da potenze del 2 e del 5. Altrimenti, il numero decimale corrispondente alla frazione è illimitato ma periodico, ossia con un gruppo di cifre (al massimo q-1) che, a partire da un certo posto dopo la virgola, si ripete indefinitamente, preceduto, eventualmente, da un antiperiodo, se il denominatore della frazione irriducibile contiene, insieme ad altri, anche i fattori 2 o 5 o entrambi.

Per alcune frazioni, di tipo molto semplice, è estremamente facile determinare il periodo. Si esegua, ad esempio, FIX 9 3 1/X.

Il visore mostra Ø,333333333. Più concisamente, si scriverà: $1/3 = Ø,\bar{3}$.

Analogamente, per calcolare 2/7, si imposti la sequenza 2 ENTER↑ 7 /, ottenendo sul display il numero Ø,285714286.

Siccome il periodo della frazione può avere al massimo sei cifre, sarà evidentemente $2/7 = Ø,\overline{285714}$, e l'ultima cifra visualizzata sarà in realtà un 5 arrotondato a 6. Basta infatti moltiplicare per 1Ø per osservare il numero 2,857142857.

Volendo determinare il periodo di 813/17, ci si troverà un po' più in difficoltà: al solito, il calcolatore non può visualizzare più di dieci cifre.

Il problema può essere affrontato e risolto con le tecniche dell'aritmetica in precisione multipla.

Il programma "DEXEV1" implementa l'algoritmo della divisione calcolando anzitutto la parte intera del numero decimale corrispondente alla frazione (zero, in caso di frazione propria), e proseguendo poi indefinitamente a determinare la parte decimale. La lunghezza dei blocchi usati varia da 1 a 9 cifre, e viene determinata a seconda dell'ordine di grandezza del denominatore.

I blocchi di cifre che vengono man mano determinati, non sono memorizzati nel calcolatore ma inviati direttamente al buffer di stampa, perché non necessari per i calcoli successivi.

In tutto quindi sono impiegati solo tre registri dati: da R ØØ a R Ø2.

Per utilizzare il programma, occorre impostare il numeratore p della frazione, premere ENTER↑ e quindi il denominatore q, ed eseguire "DEXEV1".

Servendo al calcolo di numeri illimitati, il programma è configurato come loop infinito e deve quindi essere arrestato manualmente (R/S) non appena siano state stampate abbastanza cifre per le necessità dell'utente.

Per azzerare il buffer di stampa si può premere il tasto "paper advance" oppure, meglio, spegnere e riaccendere la stampante.

La seconda versione del programma, "DEXEV2", più lunga di 11 passi, permette all'utente di stabilire preventivamente il numero di cifre decimali che desidera vengano stampate, usando per questo scopo anche il registro R Ø3.

Tale numero va impostato prima del numeratore della frazione, e separato da questo dal tasto ENTER↑.

Per determinare, ad esempio, le prime 15Ø cifre dello sviluppo decimale di 355/113, basta premere: 15Ø ENTER↑ 355 ENTER↑ 113 XEQ "DEXEV2".

Da notare che siccome in questo caso sono calcolati blocchi di 7 cifre alla volta, e siccome 15Ø non è divisibile per 7, verranno stampate 154 cifre dopo la virgola. Per entrambi i programmi valgono le seguenti limitazioni: $0 \leq p \leq 999.999.999$ e $1 \leq q \leq 999.999.998$, con p e q numeri interi.

```
813/17 = 47,82352941176
470588235294117647058823
529411764705882352941176
470588235294117647058823
            5294117647058

2/3 = 0,6666666666666666
666666666666666666666666
666666666666666666666666
       66666666666666666

355/113 = 3,14159292035
398230088495575221238938
053097345132743362831858
40707964601769911 5
```

Alcuni esempi di uso del programma "DEXEV1"; le cifre in coda sono ancora cifre significative sebbene stampate sulla destra dell'istruzione ADV dopo R/S. Volendole stampare sulla sinistra, è sufficiente eseguire PRBUF anziché ADV come è stato fatto per l'operazione 355/113.

```
01♦LBL "DEXEV1"
02 FIX 0
03 SF 21
04 CF 29
05 STO 00
06 LOG
07 INT
08 9
09 -
10 CHS
11 10↑X
12 STO 01
13 LASTX
14 RCL Z
15 STO 02
16 ACX
17 RCL 00
18 /
19 INT
20 "/"
21 ARCL 00
22 "⊢ = "
23 ARCL X
24 "⊢,"
25 ACA
26 FIX IND Y
27♦LBL 00
28 "****"
29 RCL 00
30 *
31 ST- 02
32 RCL 01
33 ST* 02
34 1/X
35 RCL 02
36 RCL 00
37 /
38 INT
39 *
40 ARCL X
41 ASHF
42 ACA
43 LASTX
44 GTO 00
45 END
```

```
01♦LBL "DEXEV2"
02 FIX 0
03 SF 21
04 CF 29
05 ADV
06 STO 00
07 LOG
08 INT
09 9
10 X<>Y
11 -
12 STO 03
13 10↑X
14 STO 01
15 R↑
16 LASTX
17 /
18 .9
19 +
20 INT
21 X<> 03
22 R↑
23 STO 02
24 ACX
25 RCL 00
26 /
27 INT
28 "/"
29 ARCL 00
30 "⊢ = "
31 ARCL X
32 "⊢,"
33 ACA
34 FIX IND Y
35♦LBL 00
36 "****"
37 RCL 00
38 *
39 ST- 02
40 RCL 01
41 ST* 02
42 1/X
43 RCL 02
44 RCL 00
45 /
46 INT
47 *
48 ARCL X
49 ASHF
50 ACA
51 LASTX
52 DSE 03
53 GTO 00
54 PRBUF
55 FIX 0
56 .END.
```

Listati dei programmi "DEXEV1", e "DEXEV2"

```
01•LBL "DEXPI"
02 CLRG
03 FIX 0
04 CF 21
05 CF 29
06 6
07 /
08 .9
09 +
10 INT
11 STO 03
12 10
13 *
14 STO 02
15 1
16 ST+ 03
17 STO 05
18 1 E6
19 STO 06
20 3
21 *
22 STO 00
23 RCL 03
24 RCL 03
25 8
26 +
27 +
28 LASTX
29 1 E3
30 /
31 X<>Y
32 +
33 STO 08
34 LASTX
35 1 E3
36 /
37 RCL 03
38 9
39 +
40 +
41 STO 07
42•LBL 00
43 RCL 05
44 VIEW X
45 8
46 *
47 STO 01
48 RCL 07
49 STO 04
50•LBL 01
51 XEQ 02
52 STO IND 04
53 ISG 04
54 GTO 01
55 CLX
56 STO 00
57 RCL 05
58 2
59 *
60 DSE X
61 STO 01
62 RCL 08
63 STO 04
64 XEQ 03
65 RCL IND 07
66 X≠0?
67 GTO 04
68 1 E-3
69 ST+ 08
70 ISG 07
71•LBL 04
72 2
73 ST+ 01
74 RCL 07
75 STO 04
76•LBL 05
77 XEQ 02
78 RCL 04
79 RCL 03
80 -
81 X<>Y
82 ST+ IND Y
83 ISG 04
84 GTO 05
85 CLX
86 STO 00
87 1
88 ST+ 05
89 RCL 05
90 RCL 02
91 X≠Y?
92 GTO 00
93 RCL 03
94 8.008
95 +
96 STO 04
97 1
98 STO 01
99 XEQ 03
100 7
101 RCL 03
102 +
103 1 E3
104 /
105 9
106 +
107 STO 04
108 SF 12
109 SF 21
110 ADV
111 123
112 ACCHR
113 " = 3,"
114 ACA
115 FIX 6
116•LBL 06
117 "*PI*"
118 RCL IND 04
119 RCL 06
120 /
121 ARCL X
122 ASHF
123 ACA
124 ISG 04
125 GTO 06
126 PRBUF
127 CF 12
128 FIX 0
129 RTN
130•LBL 02
131 RCL 00
132 RCL IND 04
133 +
134 STO Y
135 RCL 01
136 /
137 INT
138 STO 00
139 RCL 01
140 *
141 -
142 RCL 06
143 *
144 X<> 00
145 RTN
146•LBL 03
147 RCL 00
148 RCL IND 04
149 RCL 01
150 *
151 +
152 STO IND 04
153 RCL 06
154 /
155 INT
156 STO 00
157 RCL 06
158 *
159 ST- IND 04
160 DSE 04
161 GTO 03
162 .END.
```

Listato del programma "DEXPI"

```
01•LBL "DEXPI2"
02 CLRG
03 FIX 0
04 CF 21
05 CF 29
06 6
07 /
08 .9
09 +
10 INT
11 STO 03
12 10
13 *
14 STO 02
15 1
16 ST+ 03
17 STO 05
18 1 E6
19 STO 06
20 3
21 *
22 STO 00
23 RCL 03
24 RCL 03
25 8
26 +
27 +
28 LASTX
29 1 E3
30 /
31 X<>Y
32 +
33 STO 08
34 LASTX
35 1 E3
36 /
37 RCL 03
38 9
39 +
40 +
41 STO 07
42•LBL 00
43 RCL 05
44 VIEW X
45 8
46 *
47 STO 01
48 RCL 07
49 STO 04
50•LBL 01
51 XEQ 02
52 STO IND 04
53 ISG 04
54 GTO 01
55 CLX
56 STO 00
57 RCL 05
58 2
59 *
60 DSE X
61 STO 01
62 RCL 08
63 STO 04
64 XEQ 03
65 RCL IND 07
66 X≠0?
67 GTO 04
68 1 E-3
69 ST+ 08
70 ISG 07
71•LBL 04
72 2
73 ST+ 01
74 RCL 07
75 STO 04
76•LBL 05
77 XEQ 02
78 RCL 04
79 RCL 03
80 -
81 X<>Y
82 ST+ IND Y
83 ISG 04
84 GTO 05
85 CLX
86 STO 00
87 1
88 ST+ 05
89 RCL 05
90 RCL 02
91 X≠Y?
92 GTO 00
93 RCL 03
94 8.008
95 +
96 STO 04
97 1
98 STO 01
99 XEQ 03
100 RCL 03
101 8
102 +
103 "......"
104 ASTO IND X
105•LBL "P"
106 SF 12
107 FIX 0
108 7
109 RCL 03
110 +
111 1 E3
112 /
113 10
114 +
115 STO 04
116 SF 21
117 "PI= 3,"
118 ARCL 09
119 AVIEW
120 FIX 6
121•LBL 06
122 SF 25
123 XEQ 07
124 ISG 04
125•LBL 10
126 XEQ 07
127 CLA
128 ARCL Y
129 ARCL X
130 AVIEW
131 ISG 04
132 GTO 06
133 "FINE"
134 CF 12
135 CF 21
136 AVIEW
137 CF 25
138 RTN
139•LBL 02
140 RCL 00
141 RCL IND 04
142 +
143 STO Y
144 RCL 01
145 /
146 INT
147 STO 00
148 RCL 01
149 *
150 -
151 RCL 06
152 *
153 X<> 00
154 RTN
155•LBL 03
156 RCL 00
157 RCL IND 04
158 RCL 01
159 *
160 +
161 STO IND 04
162 RCL 06
163 /
164 INT
165 STO 00
166 RCL 06
167 *
168 ST- IND 04
169 DSE 04
170 GTO 03
171 RTN
172•LBL 07
173 RCL IND 04
174 RCL 06
175 /
176 "----"
177 FC? 25
178 "⊢--"
179 FC? 25
180 RDN
181 ARCL X
182 ASHF
183 ASTO X
184 END
```

Listato del programma "DEX P12"

Il calcolo di π

Nel 1671 il matematico alsaziano J.H. Lambert pubblicava la prima dimostrazione dell'irrazionalità del numero π, definito come rapporto tra la lunghezza di una circonferenza e quella del suo diametro.

Questo significa che π è un numero decimale illimitato aperiodico, e che il suo valore esatto non sarà mai noto.

Il problema della determinazione di π con il grado di approssimazione voluta ha tuttavia suscitato l'interesse dei matematici di ogni tempo.

Nell'antichità la più celebre valutazione di π è quella riportata nello scritto "Misura del circolo", in cui Archimede (III° sec. a.C.), partendo dall'esagono inscritto in una circonferenza e calcolando i perimetri dei poligoni regolari inscritti e circoscritti di 96 lati, stabilì che π è maggiore di 3 + 10/71 e minore di 3 + 1/7 (22/7). Anzi, in un passo di Erone, sembra che sia riportata, attribuita al grande matematico siracusano, la limitazione ancora più precisa

$$\frac{211875}{67444} < \pi < \frac{195888}{62351}$$

Il procedimento usato da Archimede evidenzia un primo metodo per la determinazione di π: consideriamo il poligono di 2^n lati inscritto in una circonferenza di raggio unitario (n>). Il suo perimetro è dato, come si può dimostrare dall'espressione

$$p_{2^n} = 2^n \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots + \sqrt{2}}}}$$

contenente n-1 radici, l'una interna all'altra. Tenendo presente che se n tende a diventare "sempre più grande", il poligono di 2^n lati tende ad approssimare sempre meglio la circonferenza la cui lunghezza è, per definizione, 2π, si ottiene la formula al limite:

$$2^m \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots + \sqrt{2}}}} \longrightarrow \pi \qquad \text{per } m \longrightarrow \infty$$

in cui sono presenti m segni di radice quadrata.

Fortunatamente, a partire dal XVII-XVIII sec., il calcolo infinitesimale ha portato a mezzi ben più veloci per la determinazione di π con un numero di cifre decimali a piacere.

Molto eleganti le frazioni continue infinite, scoperte da Eulero, come la seguente:

$$\frac{\pi}{4} = \cfrac{1}{1 + \cfrac{1^2}{2 + \cfrac{3^2}{2 + \cfrac{5^2}{2 + \cfrac{7^2}{2 + \dots}}}}}$$

Anche più famosi la serie e il prodotto di infiniti fattori dovuti rispettivamente a Leibniz e a Wallis:

$$\operatorname{arctg} 1 = \frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \dots\dots + (-1)^n \frac{1}{2n+1} + \dots\dots$$

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \dots \cdot \frac{2n}{2n-1} \cdot \frac{2n}{2n+1} \cdot \dots$$

Questi metodi tuttavia non possono essere utilizzati praticamente, in quanto convergono in modo estremamente lento.

Assai più rapido è il seguente procedimento, dovuto a Machin:

$$\frac{\pi}{4} = 4 \operatorname{arctg} \frac{1}{5} - \operatorname{arctg} \frac{1}{239} = 4 \cdot$$

$$\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{3 \cdot 5^3} + \frac{1}{5 \cdot 5^5} - \dots\right) - \left(\frac{1}{239} - \frac{1}{3 \cdot 239^3} + \frac{1}{5 \cdot 239^5} - \dots\right)$$

In questo modo, in effetti, William Shanks calcolò, tra il 1853 e il 1873, le prime 707 cifre di π, commettendo purtroppo un errore alla 528ª cifra, di modo che anche tutte le successive sono sbagliate.

Il programma "DEXPI" (Decimal EXpansion of PI), utilizza una formula ancora diversa (la serie di Taylor per arcsin ½), più facile da tradurre in RPN grazie alle tecniche dell'aritmetica in precisione multipla:

$$\arcsin \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 + \dots\dots +$$

$$+ \frac{1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 2n} \cdot \frac{1}{2n+1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{2n+1} + \dots\dots$$

I termini dello sviluppo in serie precedente possono essere scritti come:

$$a_0 = \tfrac{1}{2} \quad ; \quad a_1 = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{(2-1)^2}{(8 \cdot 1)\cdot(2+1)} \quad ;$$

$$a_2 = \left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{8 \cdot 3}\right) \cdot \frac{(4-1)^2}{(8 \cdot 2)\cdot(4+1)} \quad ; \quad \ldots$$

di modo che è evidente che il termine generico a_n è dato dalla:

$$a_n = a_{n-1} \cdot \frac{(2n-1)^2}{8n \cdot (2n+1)}$$

Conoscendo un termine qualunque, è quindi possibile calcolare quello successivo con le sole operazioni di moltiplicazione e divisione.

Il solo dato che va impostato prima di eseguire il programma "DEXPI" è il numero di cifre decimali con cui si desidera venga calcolato π.

Questo numero viene arrotondato per eccesso al più vicino multiplo di 6 e utilizzato per determinare quanti blocchi di sei cifre sono necessari. Siccome l'ultimo blocco è sempre affetto da imprecisione, a causa di errori di riporto, viene aggiunto un ulteriore blocco di 6 cifre, che non verrà stampato.

```
PI= 3,141592
653589793238
462643383279
502884197169
399375105820
974944592307
816406286208
998628034825
342117067982
148086513282
306647......
```

Ecco le prime 120 cifre decimali di π calcolate con "DEXPI2".

Il numero totale b di blocchi viene memorizzato in R Ø3.

Il programma provvede quindi a determinare con la precisione necessaria i termini a_1, a_2, a_3 ... nei registri da R(9+b) a R(8+2b), sommandoli a mano a mano nei registri da R Ø9 a R(8+b), mentre il display visualizza l'indice del termine che sta calcolando.

Come termine iniziale a_0 si assume il numero 3 anziché ½, di modo che anche tutti i termini successivi risultano già moltiplicati per 6. La loro somma sarà così pari a π piuttosto che a $\pi/6$.

Occorre ora stabilire quanti termini della serie debbano essere calcolati per assicurare la precisione voluta.

A questo proposito, si può notare che gli addendi della serie formano una successione monotona decrescente, essendo:

$$\frac{(2n-1)^2}{8n \cdot (2n+1)} < 1 \quad , \quad \forall n \in N$$

Inoltre,

$$\lim_{n \to \infty} \frac{(2n-1)^2}{8n \cdot (2n+1)} = \frac{1}{4} \quad \text{e} \quad \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{10} \simeq 1{,}66$$

Se m è il numero di cifre decimali desiderate, è necessario quindi calcolare m * 1,66 termini.

In pratica, è sufficiente calcolare 10 * b - 11 termini, come effettivamente fa il programma "DEXPI".

Per provare il programma, si imposti 5Ø XEQ "DEXPI".

Il multiplo di 6 più vicino al 5Ø e non minore di esso è 54: verranno dunque stampate le prime 54 cifre di π, proprio come se si fosse premuto 54 (o 49) XEQ "DEXPI". Il numero di blocchi b è 54 / 6+1 = 1Ø, e il programma calcola 1Ø * 1Ø - 11 = 89 termini della serie di Taylor, a partire da a_1.

Spegnete la stampante, riaccendendola solo quando il display visualizza il numero 89. Rilassatevi pure comodamente sulla vostra poltrona, perché sono necessari poco meno di 20 minuti. Trascorsi ancora alcuni secondi, verrà stampato il risultato: π = 3,141592 ... 1Ø582Ø.

Si noti che il programma lavora con 1Ø * 6 = 6Ø cifre; la precauzione di utilizzare sempre 6 cifre in più garantisce che tutte le cifre che vengono stampate siano in ogni caso corrette.

Il massimo numero di cifre decimali con cui è possibile valutare π con questo programma è 75Ø (SIZE 261).

Sostituendo i passi da 45 a 56 (eseguire: GTO . Ø45 del Ø12) con la sequenza XEQ Ø1 8 XEQ Ø1 e inserendo prima della LBL Ø2 le istruzioni: LBL Ø1 STO Ø1 RCL Ø7 STO Ø4 LBL Ø7 XEQ Ø2 STO IND Ø4 ISG Ø4 GTO Ø7 CLX STO ØØ RTN, si può arrivare a 816 cifre (SIZE 283).

Con l'ausilio di una memoria di massa esterna (ad esempio, i moduli HP 82180A e HP 82181A) è abbastanza semplice modificare il programma per arrivare a 1ØØØ - 15ØØ cifre.

Si tenga presente, tuttavia, che i tempi di esecuzione salirebbero enormemente, mentre già il calcolo di 75Ø cifre richiede circa quaranta ore di elaborazione, nonostante siano stati impiegati vari "trucchi" ed artifici per aumentare la velocità del programma.

Chi ha tenuto d'occhio il visore durante la prova precedente, avrà certamente notato che il tempo impiegato dal calcolatore per determinare l'ennesimo termine della serie diminuisce sempre maggiormente, man mano che l'indice n cresce e i termini a_n diventano sempre più piccoli.

Il programma infatti elimina automaticamente i registri inutili per il calcolo (non contenenti cifre significative).

Inoltre, il risultato della divisione per 2n+1 (ossia il termine a_n), viene sommato nei registri da R Ø9 a R(8+b), ma non memorizzato in quelli da R(9+b) a R(8+2b). In questo modo, per il calcolo del termine successivo, in cui n è uguale all'n precedente aumentata di 1, è sufficiente, dopo aver effettuato la divisione per 8n, moltiplicare per 2n-1 piuttosto che per $(2n-1)^2$ (sarebbe stato necessario eseguire due volte la moltiplicazione per 2n-1).

La stessa somma nei registri da R Ø9 a R(8+b) è eseguita senza riporto: lavorando con blocchi di sei cifre si possono sommare fino a 1ØØØØ numeri senza dover eseguire il riporto volta per volta.

Il contenuto dei registri viene sistemato adeguatamente solo nella fase immediatamente precedente alla stampa.

Dopo tutto, il programma "DEXPI" è in grado di calcolare le prime 528 cifre decimali di π in poco più di 2Ø ore: può sembrare molto, ma si ricordi che Shanks per arrivare a un risultato analogo usando solo carta e penna impiegò circa 20 anni. Programmi simili possono essere scritti per calcolare ogni numero espresso sotto la forma di serie convergente: ad esempio, il numero irrazionale trascendente e (2,718281828459 ...), di importanza fondamentale nell'analisi matematica e base dei logaritmi naturali (neperiani), definito come

$$\lim_{n \to \infty} (1 + 1/n)^n$$

La serie da utilizzare è quella esponenziale:

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots\ldots\ldots + \frac{x^n}{n!} + \ldots\ldots\ldots$$

convergente per ogni valore di x e, in particolare, per x = 1.

$$e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \ldots\ldots\ldots + \frac{1}{n!} + \ldots\ldots\ldots$$

Ponendo $a_0 + a_1 = 2$ e iniziando il calcolo dei termini da a_2 = ½, si nota subito che è: $a_n = \dfrac{a_n\text{-}1}{n}$

Basta dare un'occhiata alla formula per rendersi conto che il programma è molto più semplice di quello per il calcolo di π. Lascio quindi al lettore che lo desideri il compito di scriverlo.

Ci si accorgerà senz'altro che tale programma è anche molto più veloce, tanto più che la serie converge assai più rapidamente (il che significa che occorre calcolare meno termini), e che si possono utilizzare blocchi di 7 cifre.

Con un'HP 41CV dovrebbe essere possibile determinare e con circa un migliaio di cifre decimali. Inoltre, la serie esponenziale permette di calcolare ogni potenza del numero e, ad esempio

e^2, oppure $\dfrac{1}{e}$.

Ricordo infine che su ogni buon testo universitario di Analisi Matematica è possibile reperire gli sviluppi in serie delle funzioni circolari e iperboliche (seno e coseno), logaritmiche, e così via.

TA TRIUMPH-ADLER

soluzioni non problemi

A cosa serve un perfetto personal computer, una affascinante macchina per scrivere elettronica o un copiatore dal nome di fantasia? Forse a nulla se non esiste anche un buon servizio di assistenza, una serie di programmi adatti a ogni nuova esigenza, i pezzi di ricambio sempre e ovunque disponibili. Triumph Adler Italia è affidabile. Propone macchine che non pongono problemi, ma li risolvono. TA non significa solo il computer, ma una serie di servizi che permettono di usarlo correttamente in ogni attività professionale. E assiste, in tutta Italia, proponendo i programmi più avanzati per dare una mano a risolvere i vecchi problemi senza proporne uno in più. Triumph Adler, l'elettronica al servizio di chi la usa.

IKON/83

TA TRIUMPH-ADLER

Per la rete distributiva e di assistenza tecnica e software, consultare le Pagine Gialle alle voci «Elaboratori elettronici» e «Macchine ufficio».