



software



a cura di Pierluigi Panunzi

Le calcolatrici elettroniche sono nate qualche anno fa con lo scopo di aiutare l'uomo a fare i calcoli che a mente risultavano o troppo difficoltosi o troppo lunghi e perciò noiosi. La risoluzione "a mano" di un sistema di n equazioni in n incognite possiede entrambe le caratteristiche citate: la difficoltà è insita innanzitutto nel metodo particolare che si è scelto per la risoluzione ed inoltre nel fatto che si possono compiere errori; la lunghezza del calcolo si manifesta non appena il valore di n cresce.

Ecco che perciò ancora una volta le nostre calcolatrici ci possono essere d'aiuto almeno per il primo punto (gli errori...) mentre, per i valori di n, beh... ci dobbiamo accontentare di ciò che ci viene offerto.

## Risoluzione di sistemi complessi

di Francesco Dimauro - Siracusa

Lasciamo la parola al nostro lettore di Siracusa, per poi ritornare con delle precisazioni riguardanti il programma.

Nel modulo di base del Solid State Software fornito con le calcolatrici programmabili TI-58 e TI-59 risiede il programma ML-02 per la risoluzione dei sistemi lineari. Questo programma può essere utilizzato, tra l'altro, anche per la risoluzione di reti elettriche utilizzando i metodi dei potenziali ai nodi o delle correnti alle maglie in corrente continua.

Volendo passare alla risoluzione delle reti in corrente alternata il programma ML-02 non può essere usato più nella sua forma originale in quanto le impedenze (o le ammettenze) sono numeri complessi

$$z = r + jx, y = g + jb$$

e lo stesso vale per le tensioni e le correnti.

Esiste però un algoritmo che riconduce la risoluzione di un sistema di equazioni lineari complesse alla risoluzione di un sistema di equazioni lineari a coefficienti reali, però di dimensioni doppie.

In forma matriciale compatta il sistema in questione è

$$(A + jB)(x + jy) = c + jd$$

dove  $A + jB$  è la matrice a coefficienti complessi (in particolare A è la matrice delle parti reali e B delle parti immaginarie),  $x + jy$  è il vettore delle incognite e  $c + jd$  quello dei termini noti (entrambi complessi e separati al solito in due vettori distinti).

Svolgendo il prodotto a primo membro si ha che

$$Ax + jAy + jBx - By = c + jd$$

e cioè

$$(Ax - By) + j(Bx + Ay) = c + jd$$

Uguagliando le parti reali e complesse si

ottiene il sistema in forma definitiva

$$Ax - By = c$$

$$Bx + Ay = d$$

che scritto in forma matriciale, diventa:

$$\begin{pmatrix} A & -B \\ B & A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$$

Poiché le matrici A e B hanno dimensioni  $n \times n$ , la matrice dei coefficienti avrà ora dimensione  $2n \times 2n$ .

Ora si può dunque sfruttare il ML-02 tramite il programma che, dati i coefficienti del sistema complesso li dispone in maniera opportuna e con i segni opportuni nella memoria della calcolatrice.

Prima di procedere alla descrizione del

programma segnaliamo che il massimo ordine del sistema di partenza con la TI-59 è  $n = 4$ , poiché si traduce in un sistema  $8 \times 8$ , che perciò utilizza i registri da R00 a R87, lasciando perciò 240 passi.

Analizziamo ora più da vicino il programma: la parte etichettata con "A" serve ad introdurre il valore di n del problema originario e predispone il programma ML-02 (Pgm 02A nei passi 009, 010, 011) per un sistema di 2n equazioni in 2n incognite. Nel caso in cui  $n = 4$  viene automaticamente imposta la ripartizione "9 OP 17" (90 registri dati e 240 passi di programma); se n vale 2 o 3 i registri richiesti sono rispettivamente 32 e 56 per cui non è richiesta modi-

### SISTEMI COMPLESSI

000	76	LBL	052	02	02	104	42	STD	156	04	04	208	92	RTN
001	11	A	053	33	X²	105	72	ST*	157	95	=	209	76	LBL
002	42	STD	054	95	=	106	03	03	158	42	STD	210	15	E
003	00	00	055	42	STD	107	94	+/-	159	05	05	211	36	PGM
004	42	STD	056	05	05	108	72	ST*	160	71	SBR	212	02	02
005	02	02	057	75	-	109	04	04	161	65	X	213	15	E
006	65	X	058	43	RCL	110	69	DP	162	43	RCL	214	91	R/S
007	02	2	059	02	02	111	23	23	163	02	02	215	76	LBL
008	95	=	060	95	=	112	69	DP	164	72	ST*	216	16	A*
009	36	PGM	061	42	STD	113	24	24	165	01	01	217	43	RCL
010	02	02	062	04	04	114	92	RTN	166	43	RCL	218	01	01
011	11	A	063	43	RCL	115	76	LBL	167	04	04	219	85	+
012	32	X!T	064	06	06	116	43	RCL	168	85	+	220	43	RCL
013	08	8	065	91	R/S	117	72	ST*	169	01	1	221	07	07
014	22	INV	066	71	SBR	118	01	01	170	95	=	222	55	+
015	67	EQ	067	42	STD	119	72	ST*	171	42	STD	223	02	2
016	00	00	068	32	X!T	120	05	05	172	05	05	224	95	=
017	21	21	069	71	SBR	121	69	DP	173	91	R/S	225	42	STD
018	09	9	070	43	RCL	122	21	21	174	61	GTO	226	00	00
019	69	DP	071	91	R/S	123	69	DP	175	01	01	227	73	RC*
020	17	17	072	97	DSZ	124	25	25	176	37	37	228	00	00
021	43	RCL	073	00	00	125	92	RTH	177	76	LBL	229	32	X!T
022	00	00	074	00	00	126	76	LBL	178	65	X	230	73	RC*
023	91	R/S	075	66	66	127	13	C	179	43	RCL	231	01	01
024	76	LBL	076	48	ENC	128	36	PGM	180	07	07	232	69	DP
025	12	B	077	07	07	129	02	02	181	33	X²	233	20	20
026	42	STD	078	55	+	130	13	C	182	85	+	234	69	DP
027	06	06	079	02	2	131	91	R/S	183	07	7	235	21	21
028	36	PGM	080	95	=	132	76	LBL	184	95	=	236	91	R/S
029	02	02	081	42	STD	133	14	D	185	42	STD	237	61	GTO
030	12	B	082	00	00	134	42	STD	186	01	01	238	02	02
031	43	RCL	083	44	SUM	135	05	05	187	43	RCL	239	27	27
032	07	07	084	01	01	136	92	RTN	188	05	05	240	00	0
033	55	+	085	44	SUM	137	42	STD	189	32	X!T	241	00	0
034	02	2	086	03	03	138	02	02	190	43	RCL	242	00	0
035	95	=	087	44	SUM	139	32	X!T	191	07	07	243	00	0
036	42	STD	088	04	04	140	42	STD	192	22	INV	244	00	0
037	00	00	089	44	SUM	141	03	03	193	77	GE	245	00	0
038	42	STD	090	05	05	142	71	SBR	194	01	01	246	00	0
039	02	02	091	65	X	143	65	X	195	36	36	247	00	0
040	43	RCL	092	02	2	144	43	RCL	196	69	DP	248	00	0
041	01	01	093	95	=	145	03	03	197	21	21	001	11	A
042	85	+	094	48	ENC	146	72	ST*	198	73	RC*	025	12	B
043	43	RCL	095	07	07	147	01	01	199	01	01	104	42	STD
044	02	02	096	97	DSZ	148	43	RCL	200	22	INV	116	43	RCL
045	95	=	097	02	02	149	07	07	201	67	E9	127	13	C
046	42	STD	098	00	00	150	55	+	202	01	01	133	14	D
047	03	03	099	66	66	151	02	2	203	96	96	178	65	X
048	85	+	100	73	RC*	152	85	+	204	43	RCL	210	15	E
049	02	2	101	01	01	153	43	RCL	205	07	07	216	16	A*
050	65	X	102	91	R/S	154	05	05	206	44	SUM			
051	43	RCL	103	76	LBL	155	42	STD	207	01	01			



## L'angolo delle TI

In questa raccolta di informazioni, di cose vecchie e di cose nuove, descriveremo una funzione particolare, presente nei tre modelli TI-58, 58C e 59, che risulta abilmente nascosta, in quanto non riportata sul manuale delle calcolatrici, ma che tuttavia è facile da trovare una volta acquistata una certa familiarità con la propria macchina. Ciò che si trova in questo modo è purtroppo un sottoprodotto del complicato meccanismo hardware delle calcolatrici: infatti, come vedremo anche in questo caso, si ottengono funzionamenti strani, alcune volte buffi, che devono aver indotto i "fabbricanti" a non rendere di pubblico dominio tali caratteristiche.

Veniamo dunque ad un'istruzione, la HIR, non "ufficiale" ma presente in abbondanza in vari programmi del modulo "Math - Utilities", ma viceversa nemmeno segnalata nel manuale d'uso del modulo. L'istruzione HIR (dal nome che la stampante PC-100 attribuisce al codice 82) nonostante le limitazioni che via via scopriremo, è a suo modo molto potente, consentendo la gestione "trasparente" di tutti e otto i registri usati dal Sistema Operativo Algebrico (SOA) nel corso dei calcoli.

In breve questi otto registri vengono usualmente gestiti a "stack" ed in essi vengono memorizzati i risultati parziali che si ottengono durante i calcoli algebrici, contenenti anche vari livelli di parentesi. Inoltre vengono utilizzati come registri d'appoggio per istruzioni quali D.MS, P→R e tutte le funzioni statistiche.

Ma il compito più importante è senz'altro quello di buffer di stampa: se numeriamo questi registri da H1 ad H8, si ha che H5, H6, H7, H8 non sono altro che i buffer di stampa Op 01, 02, 03, 04 che abbiamo visto la volta scorsa. Dato che la HIR ci consentirà di usare a nostro piacimento questi otto registri (cosa che altrimenti ci è del tutto preclusa) ecco che già si può intravedere una utilizzazione per arricchire la gestione della stampante: ma anche in questo caso si dovranno compiere dei "salti mortali".... Ma vediamo l'uso: HIR mn (a due byte, 82 mn) effettua in base al valore di m una certa operazione sul registro Hn (n=1,2,...,8). La corrispondenza tra i valori di m e le operazioni è la seguente:  
0 STO - 1 RCL - 2 Nop - 3 SUM - 4 Prd - 5 INV SUM - 6,7,8,9, INV Prd

Vediamo perciò alcuni esempi: HIR 13 (m=1, n=3) richiama (RCL) il contenuto del registro H3; HIR 41 (m=4, n=1) moltiplica (Prd) il contenuto del visualizzatore per il contenuto di H1 ponendo il risultato in H1.

Invece nessun risultato si ottiene se m=2 oppure quando n=0 o 9 (in quanto non esistono i registri H0 e H9): perciò vengono ignorate sequenze del tipo HIR 27, HIR10, HIR 00, HIR 29, ecc.

Per quanto riguarda l'impostazione di questa funzione in un programma, si deve ricorrere ad un metodo particolare in quanto non esiste (ovviamente!) alcun tasto che, premuto, fornisca il codice 82. Bisogna perciò costruire "artificialmente" i due byte dell'istruzione (ad esempio HIR 37, codici 82 37) sfruttando le caratteristiche delle istruzioni RCL, STO, SUM: infatti impostando la sequenza RCL 82 si ottengono due byte contenenti rispettivamente 42 e 82. Sfruttando ora le possibilità di "editing" dei programmi data dalle istruzioni SST, BST, Ins, Del, si può creare la coppia di byte voluta.

Nel nostro caso una delle possibili sequenze sarà (in modo LRN):

- 1) RCL 82 BST BST Del SST — ottenendo così un "82"
- 2) RCL 37 BST BST Del SST — ottenendo ora "37"

Una volta capito il meccanismo, in realtà molto semplice, di impostazione della HIR, potremo subito passare a vederne le possibili applicazioni.

Supponiamo perciò di voler scrivere "TI-59" nel buffer di stampa Op 03 (che corrisponde ad H7): tradotto in codici dovremo impostare 3724200612 Op 03.

Ora andiamo a leggere, con HIR 17 posto in un'opportuna sequenza (ad es. Lbl A HIR 17 R/S e premendo "A"), che cosa c'è effettivamente in Op 03=H7: stranamente leggeremo .0037242006 e cioè il valore impostato, ma moltiplicato per 10<sup>-12</sup>!

Proviamo a stampare con Op 05 e avremo correttamente "TI-59". Ora cercheremo di cambiare una lettera del buffer di stampa (ripetiamo che normalmente ciò è impossibile, a meno di non riscrivere il buffer daccapo oppure di usare un registro come "buffer del buffer").

Supponiamo di voler cambiare la "T" (codice 37) con una "P" (codice 33): tradotto in codici di stampa bisognerà cambiare la seconda cifra del codice visto precedentemente da 7 a 3. Basta perciò sottrarre la quantità 4EE - 4 al registro H7 per avere .003242006 che corrisponde appunto al codice 3324200612.

Tutto questo almeno in teoria, infatti: impostando 4EE+|-4 HIR 57 Op 05 otterremo in stampa "V%\_!!"

Che cosa è successo? Ecco qui la nota dolente della HIR: la scritta ottenuta è quella corrispondente al codice 4200612000 e cioè la calcolatrice si è apparentemente "mangiata" le prime tre cifre significative. Per riottenerle siamo costretti a sommare 1 al contenuto di H7 (regola generale) con "1 HIR 37" e premendo Op 05 si ottiene magicamente la scritta "PI-59". Caso per caso quindi bisognerà verificare manualmente il comportamento della HIR, prima di introdurla in un programma. Più sicuro, anche qui con la debita eccezione, è il funzionamento della HIR usando gli otto registri come normali registri dati, ottenendo in un programma fino a 4-5 registri in più: perchè 4-5 invece di 8?

Presto detto: i primi registri presumibilmente verranno già sfruttati nei calcoli contenenti operazioni algebriche e parentesi, mentre i successivi probabilmente non verranno "intaccati".

Anche qui è l'esperienza che ci insegnerà a valutare quanti registri H effettivamente verranno utilizzati nel corso dei calcoli: i rimanenti saranno a nostra disposizione. Bisogna però ricordarsi che certe funzioni ne utilizzano alcuni (nella maggioranza dei casi i primi due e l'ottavo).

Anche qui la nota dolente è presto scoperta!

Nulla da dire per le operazioni di memorizzazione e di richiamo (HIR 0n e HIR 1n). Il brutto viene quando andiamo ad effettuare operazioni nei registri H: in breve se vogliamo sommare, sottrarre, moltiplicare, dividere il contenuto del registro per un certo numero N, quest'ultimo deve sottostare a certe regole.

In particolare se N in valore assoluto è minore di 1, deve essere impostato in notazione esponenziale altrimenti viene alterato, come è facilmente riscontrabile. Se viceversa è maggiore di 1 non vi sono problemi: quanto basta per rimanere perplessi...

Concludendo la HIR richiede un certo periodo di "familiarizzazione", prima di poter essere usata con buoni risultati. Certo è che i "costruttori" potevano curarne un po' più il funzionamento...

Torniamo per un istante al meccanismo di stampa: ci si accorgeva anche dello "strano" comportamento delle TI connesse o meno alla stampante. In particolare, provando ad impostare dei codici con Op e rileggendo il corrispondente registro H con la HIR avremo che:

1) se la calcolatrice è connessa alla stampante, la Op può introdurre dei valori nei registri H, sia che la stampante sia accesa, sia che i risultati spenta! Ciò tra l'altro significa che le TI non sanno se la stampante è accesa o no.

2) se la calcolatrice è da sola l'Op NON riesce a scrivere nei registri corrispondenti!

Un'ultimissima possibilità è il funzionamento della HIR da tastiera (!!!) e cioè non solo da programma.

Basta a questo scopo impostare (in modo LRN) la sequenza "Lbl GTO HIR" (codici 76 61 82) in un qualsiasi punto della memoria di programma.

Per effettuare ora "da tastiera" HIR mn basta semplicemente premere successivamente (usciti dal modo LRN) GTO GTO SST mn e si avrà proprio l'esecuzione di HIR mn! Vogliamo ad esempio leggere il contenuto di H5 dopo aver impostato 2124311700 Op 02? Premiamo GTO GTO SST 16 e otterremo .0021243117. Premiamo ora Op 05 e otterremo: "FINE".

P.P.



fica alla ripartizione originaria (60 registri e 480 passi di programma).

La parte "B", che richiama a sua volta la B del ML-02, serve ad introdurre i dati costituenti la matrice per colonne andandone a memorizzare in coppie di locazioni di memoria (con le subroutine STO e RCL) rispettivamente la parte reale e quella immaginaria.

La parte etichettata con "C" richiama direttamente Pgm 02 C che effettua il calcolo del determinante della matrice "radoppiata". La parte "D" invece effettua la memorizzazione dei termini noti al solito

separandone la parte reale da quella immaginaria secondo lo schema visto precedentemente. La label "E" richiama il Pgm 02 E, che effettua la risoluzione del sistema di equazioni lineari mentre i risultati saranno accessibili con la parte etichettata "A'", ancora una volta sotto forma di coppie di valori reale-immaginario.

### Esempio di applicazione

Consideriamo la fig. 1 che rappresenta una rete elettrica contenente generatori di tensione, resistenze, capacità ed induttanze, ognuna con il proprio valore e secondo

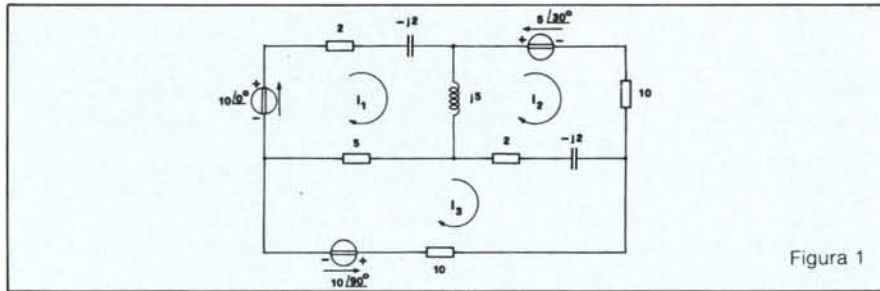
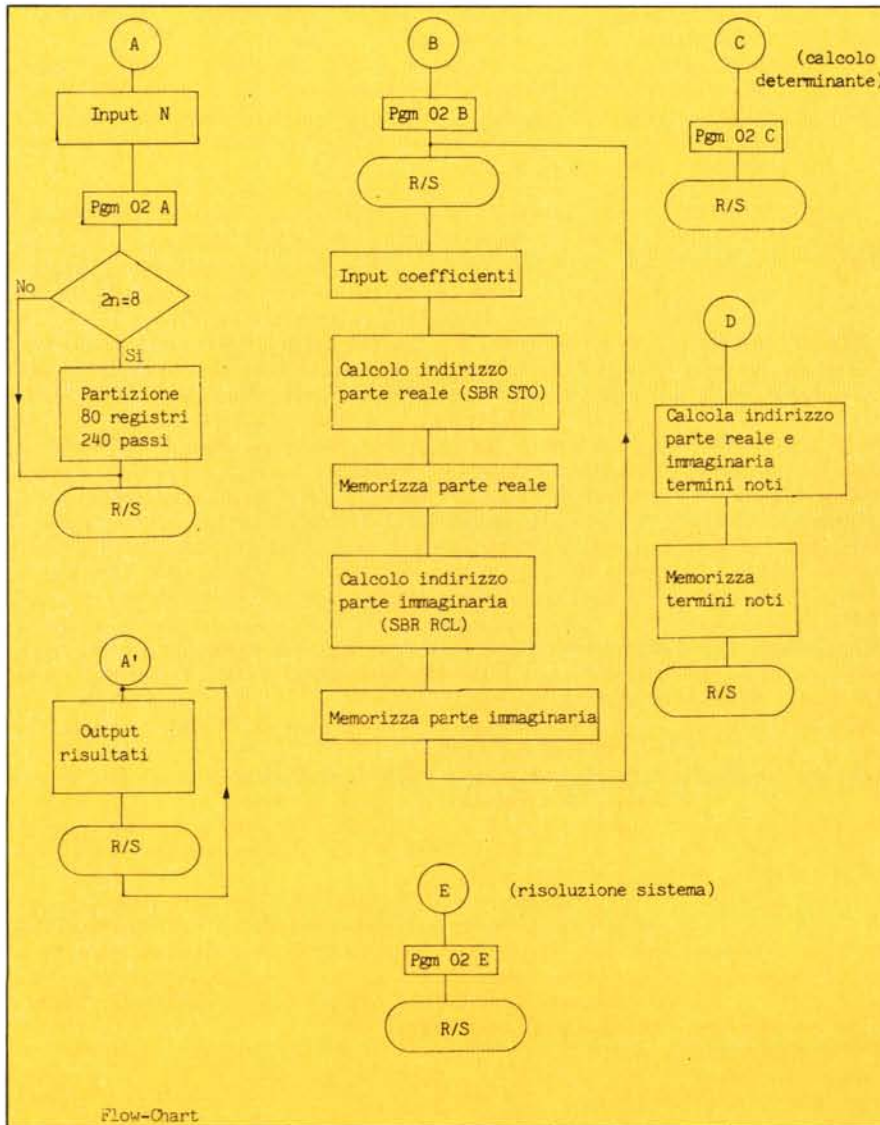


Figura 1



Flow-Chart

le regole dell'elettrotecnica. Analizzando il circuito "su base maglie" si perviene al seguente sistema:

$$\begin{pmatrix} 7+j3 & -j5 & -5 \\ -j5 & 12+j3 & -2+j2 \\ -5 & -2+j2 & 17-j2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 0^\circ \\ -5 & 30^\circ \\ -10 & 90^\circ \end{pmatrix}$$

dove la matrice originaria è di ordine  $n=3$ .

La sequenza di istruzioni da compiere per la risoluzione del problema è la seguente: si imposta 3 e si preme A e poi I e B.

A questo punto si devono introdurre i coefficienti per colonne nel seguente modo: "parte reale"  $x \rightleftharpoons t$  "parte immaginaria" R/S. Fatto ciò per tutti i coefficienti si preme "C" e si dovrà aspettare un certo tempo per permettere alla calcolatrice di calcolare il determinante della matrice (nel nostro caso questo valore sarà 2354600) poi si preme "I D" e si impostano i termini noti con la stessa modalità già vista (parte reale  $x \rightleftharpoons t$  parte immaginaria R/S).

Nel nostro caso i termini noti sono scritti in forma "polare" ed allora dobbiamo introdurli tramite la funzione P→R: ad esempio si avrà per il secondo termine noto  $-5 x \rightleftharpoons t 30 P \rightarrow R R/S R/S$ .

Per inciso la ragione del doppio "R/S" risiede nel fatto (in questo caso non tutto gradito) che dopo aver premuto il tasto "P→R" inspiegabilmente il contatore di programma ritorna di un passo indietro e cioè all'"R/S" che aveva fermato l'elaborazione!

Finita questa impostazione si preme "E" per effettuare il calcolo.

I risultati finali si ottengono con "A'": sul display si avrà la parte reale della prima incognita e con " $x \rightleftharpoons t$ " quella immaginaria; gli altri risultati si ottengono con R/S.

Nel nostro caso si avrà:

$$x_1 = 1.24677388 - j 1.104433488$$

$$x_2 = .0559958335 + j .0743798622$$

$$x_3 = .4825233863 - j .8541383888$$

A questo punto, se si vuole vedere la risposta della rete quando si cambiano solo i generatori, basta tornare alla routine D; se si vuole impostare un nuovo problema si torna alla routine A.

### Conclusione

Torniamo per un istante al problema del valore di  $n$ : il massimo consentito per la TI-59 può senz'altro non soddisfare le esigenze dell'"elettrotecnico" che invece ha da risolvere circuiti più grossi, ma sa benissimo che la matrice di risoluzione di una rete elettrica, del tipo di fig. 1, è simmetrica. Sfruttando questa importantissima caratteristica, qualcuno dei lettori non è in grado di superare questa barriera data da  $n=4$ ? Il problema è dunque questo: risolvere un sistema di  $n$  equazioni in  $n$  incognite con matrice dei coefficienti simmetrica, ed il tutto nel campo complesso. Ovviamente  $n$  dovrà essere maggiore di 4.

È possibile con i mezzi (TI-59) a nostra disposizione?

Ai lettori (anche quelli con la TI-58, ovviamente) l'ardua sentenza!