

Alcuni problemi di Computer Grafica Bidimensionale

La Computer Grafica Bidimensionale è un argomento sicuramente meno affascinante e spettacolare rispetto alla Computer Grafica Tridimensionale, ma è altrettanto interessante per le sue molteplici applicazioni e sicuramente più semplice sia da comprendere che da realizzare.

Tutti infatti, anche i non addetti ai lavori, sono abituati a disegnare o scarabocchiare su un foglio di carta, magari per passare il tempo, oppure per rendere più efficace l'esposizione di un concetto, o addirittura per esprimere qualcosa di interiore non altrimenti esprimibile. Fare lo stesso con un microcomputer non è tanto più complicato....

In questo numero ci occuperemo di due problemi di Computer Grafica Bidimensionale.

Il primo è noto come il "problema del bersaglio" e comprende l'esposizione e un esempio d'uso delle formule matematiche necessarie per realizzare un programma in cui c'entri in qualche modo il tiro al bersaglio, ovvero lo studio della traiettoria di un proiettile lanciato contro un certo bersaglio.

Tutti i programmi di giochi del tipo "Affondate la nave", "Colpite l'aereo", "Frecce", "Allunaggio", ecc. si basano sull'uso di queste formule.

Il secondo argomento, sicuramente meno applicabile ai giochi, è il problema del formato di uscita dei grafici bidimensionali, cioè come bisogna modificare i dati da visualizzare in modo che siano posizionati correttamente sull'output disponibile. Vedremo esempi su monitor, su stampante alfanumerica e su plotter.

Il problema del bersaglio

Uno degli argomenti più classici e sicuramente uno dei più divertenti nei testi di fisica, capitolo meccanica, dei licei è quello definito "problema del bersaglio", che si può formulare così:

lo studio del moto di un proiettile, dotato di una sua velocità iniziale V_0 , lanciato da una posizione X_0, Y_0 , lungo una direzione che forma un angolo A (detto alzo) con l'orizzontale, verso un bersaglio individuato in una posizione X_B, Y_B .

Il problema semplificato ha il bersaglio in posizione fissa ed ha come incognita l'alzo che bisogna dare al cannone che spara il proiettile per raggiungere il bersaglio stesso.

È in questo caso un problema bidimensionale.

Poiché nella formula risolutiva interviene l'accelerazione di gravità, occorrerà ri-

solvere un sistema di secondo grado che, come al solito, presenta tre alternative a seconda che il discriminante Δ della formula risolutiva sia $> = <$ di zero:

- 1° due soluzioni reali; sono quindi due gli alzi che il proiettile può avere per raggiungere l'obiettivo.
- 2° due soluzioni reali e coincidenti; un solo alzo.
- 3° due soluzioni non reali; il proiettile non è in grado, con nessun alzo, di raggiungere l'obiettivo, poiché non ha una V_0 sufficiente.

In fig. 1 vediamo lo sviluppo della soluzione e le formule risolutive da utilizzare nei programmi.

I casi più complessi sono tutti riconducibili

Il programma "tiro al bersaglio"

Il programma è stato realizzato per illustrare tutto quanto detto precedentemente.

Bisogna indicare la posizione del bersaglio, costituito da un quadratino, mentre la posizione iniziale (cioè la posizione di lancio del proiettile) è l'origine del sistema di riferimento.

Il programma richiede dunque, con istruzione INPUT, velocità di lancio e alzo. Con questi dati elabora e visualizza la traiettoria, controllando via via la condizione di colpito, che si verifica quando la posizione del proiettile e quella del bersaglio coincidono. Se il bersaglio non viene colpito si può riprovare e così si possono

Il problema del bersaglio

X_0, Y_0 posizione iniziale del proiettile
 V_0 velocità iniziale del proiettile
 A alzo - angolo rispetto all'orizzontale al momento del lancio
 G forza di gravità

$VX = V_0 \cdot \sin(A)$ componente della velocità lungo X
 $VY = V_0 \cdot \cos(A) - G \cdot T$ componente della velocità lungo Y
 $SX = VX \cdot T + X_0$ spostamenti lungo X
 $VX = V_0 \cdot \sin(A)$ componente della velocità lungo X
 $VY = V_0 \cdot \cos(A) - G \cdot T$ componente della velocità lungo Y
 $SX = VX \cdot T + X_0$ spostamenti lungo X
 $SY = VY \cdot T + Y_0 - G \cdot (T^2)/2$ spostamenti lungo Y

risolvendo rispetto a T, avremo che la formula che individua la traiettoria del proiettile è una parabola, ovvero una curva di 2° grado, del tipo

$$SY = C1 \cdot SX^2 + C2 \cdot SX + C3$$

dove $C1, C2, C3$ sono i termini noti, desunti dai dati iniziali.

Figura 1 - Sviluppo analitico del problema del bersaglio

bili al caso semplice ora esposto, solo che alcune costanti indicate potranno diventare anche esse variabili. Ad esempio il bersaglio sarà esso stesso in moto oppure il proiettile avrà un suo sistema di propulsione (non sarà semplicemente lanciato), il problema potrà diventare tridimensionale.

Il problema del bersaglio ha avuto, come detto, applicazione in numerosi giochi, perché, al di là della sua soluzione analitica, che come abbiamo visto è relativamente semplice, è un problema di immediata comprensione per tutti, o perlomeno per chiunque abbia mai lanciato qualcosa verso un bersaglio.

Inoltre la semplicità della formula risolutiva e la sua immediata applicabilità alle istruzioni di output del computer rendono il problema adattissimo ad un trattamento computerizzato, in special modo se con la tastiera o le paddles si simulano i comandi del cannone di lancio e del movimento del bersaglio e eventualmente del proiettile.

confrontare le varie traiettorie in funzione del cambiamento effettuato sulla velocità di lancio e sull'alzo.

Il programma è stato realizzato con l'APPLE II, le cui caratteristiche grafiche evidenziano con buon dettaglio tutte le caratteristiche della traiettoria. Va da sé che il problema "analitico" del bersaglio è assolutamente indipendente dal computer usato.

Il computer quindi, una volta note la velocità iniziale e l'alzo del proiettile, calcola le due componenti lungo gli assi X e Y. Mentre la componente VX rimane fissa invece sulla VY interviene la forza di gravità; e quando questa prevale sulla velocità iniziale il segno della VY si inverte e quindi il proiettile comincia a cadere.

Ma a noi interessa seguire la posizione del proiettile e quindi realizziamo un LOOP in cui la variabile sia il tempo T e per ogni unità di tempo elementare, calcoliamo la posizione del proiettile XS, YS e la visualizziamo direttamente.

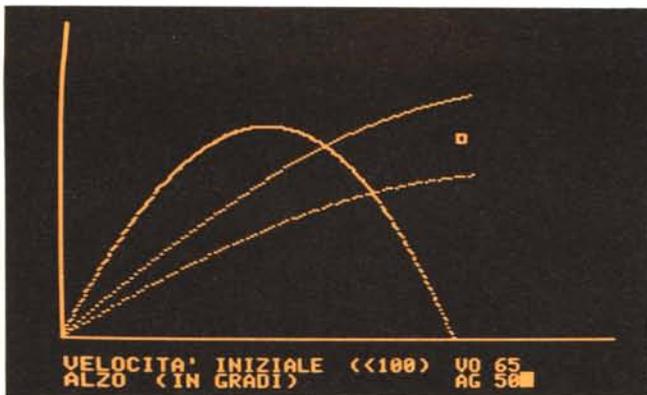


Figura 2 - Programma del bersaglio + Output - aggustando via via il tiro, alla fine ci riescono tutti.

Altre considerazioni spicchiole. E stata introdotta una velocità iniziale massima in quanto tanto più questa è elevata tanto meno si sente l'influenza dell'accelerazione di gravità e quindi "viene male" la parabola.

Occorre poi fare i conti con il formato di uscita del microcomputer. Ad esempio per l'APPLE II occorre dimensionare opportunamente le grandezze e soprattutto occorre invertire tutti i valori di Y calcolati, sia del bersaglio sia del proiettile, in quanto la Y nel sistema di riferimento dell'APPLE va verso il basso mentre il nostro va verso l'alto.

Il formato di uscita dei programmi grafici

Analizzeremo il secondo argomento, ovvero il problema del formato di uscita dei programmi di Grafica Bidimensionale, limitandoci al caso di rappresentazione di

funzioni matematiche, in quanto questa problematica è già abbastanza vasta da "riempire" un articolo e le difficoltà che si incontrano affrontando i programmi sono le stesse in tutte le applicazioni.

L'analisi delle funzioni matematiche è una delle utilizzazioni più diffuse nei microcomputer, a tal punto che nel linguaggio BASIC è presente una apposita istruzione per definire la funzione DEF FNY (X), cui è correlata la istruzione di calcolo vera e propria Y = FNY (X). Ovvero, definita la funzione, ogni volta che nel corso del programma occorre calcolare il valore della Y per un determinato valore della X, bisognerà scrivere l'istruzione Y1 = FNY(X1).

Anche limitando l'argomento di Computer Grafica Bidimensionale all'analisi di funzioni univoche $Y = Y(X)$, un programma generalizzato che permetta un output grafico su tutti i tipi di output possibili sarebbe estremamente complesso.

Abbiamo quindi realizzato tre programmi separati, il primo con uscita sul monitor alfanumerico, il secondo su stampante alfanumerica, il terzo su monitor grafico, e di quest'ultimo facciamo vedere anche una versione "plotterizzata". Toccheremo così tutte le problematiche connesse con l'argomento Computer Grafica Bidimensionale.

Per quanto riguarda il plotter, che è lo strumento più affascinante e potente in computer grafica, ma ancora poco diffuso a causa dei costi ancora alti, tra i possessori di microcomputer, ne tratteremo a lungo nel prossimo numero dedicando un intero articolo al suo uso.

L'analisi della funzione $Y = Y(X)$

Supponiamo di avere una funzione univoca $Y = Y(X)$, ovvero per ogni valore della X esiste un sol valore della Y.

L'esame della funzione dal punto di vista matematico ha caratteristiche differen-

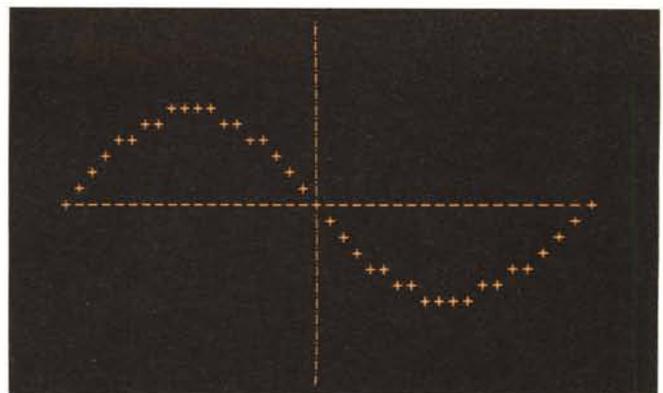


Figura 4 - Programma Demo $Y = Y(X)$ + Output - anche con una definizione minima si possono ottenere risultati gradevoli.

```

100 HSP HCOLOR= 3 HPL0T 0.0 TO 0.159 TO 279.159
110 HOME VTAB (21)
120 INPUT "POSIZIONE BERSAGLIO "XB,YB " :XB,YB
130 VTAB (22) INPUT "VELOCITA' INIZIALE <<100>> V0 " :V0
140 VTAB (23) INPUT "ALZO (IN GRADI) "AG " :AG
200 REM INIZIALIZZAZIONI
210 P = 3.14159 : REM PI GRECO
220 G = 9.8 : REM ACCELERAZIONE DI GRAVITA'
230 AR = AG + P / 180 : REM ANGOLO IN RADIANTI
240 VZ = V0 * COS (AR) : VY = V0 * SIN (AR)
300 REM DISEGNO DEL BERSAGLIO
310 BX = XB - 2 : BY = 157 - YB
320 HPL0T BX, BY TO BX + 4, BY + 4, BY + 4, BY + 4
330 HPL0T TO BX, BY + 4 TO BX, BY
400 REM LOOP PRINCIPALE
430 FOR T = 0 TO 10 STEP .04
440 GOSUB 500 GOSUB 600
450 SX = XS - SY = 159 - YS
460 HPL0T SX, SY
470 IF XS > XB + 5 THEN 800
480 IF SY > 159 THEN 800
490 NEXT T
500 REM CALCOLO POSIZIONE AL TEMPO T
510 XS = VX * T
520 YS = VY * T - 0.5 * GT * T ^ 2 / 2
530 RETURN
600 REM CONTROLLO SE COLPITO
610 IF XS > XB - 2 AND XS < XB + 2 AND YS > YB - 2 AND YS <
YB + 2 THEN 700
620 RETURN
700 REM COLPITO !!!!
710 FOR I = 1 TO 5 : PRINT CHR (7) : NEXT I
720 HOME FLASH VTAB (22) : PRINT " COLPITO !!! "
730 NORMAL : FOR I = 1 TO 999 : NEXT I
740 END
800 REM BANCATO
810 HOME FLASH VTAB (22) : PRINT " BANCATO !!! "
820 NORMAL : FOR I = 1 TO 999 : NEXT I
830 HOME VTAB (22) : PRINT " VOI RIPROVARE Y/N " :
840 GET AR : IF AR = "Y" THEN 800
850 END
860 PRINT : HOME : GOTO 130

```

Figura 3 - Programma del bersaglio + listing - una implementazione molto semplice consiste nel far muovere anche il bersaglio, legandolo al valore T del loop principale.

```

100 REM FUNZIONE
110 DEF FN Y(X) = SIN (X)
120 P = 3.14156 : REM PIGRECO
130 ST = P / 20 : REM PASSO CALCOLO
140 S = 6 : REM SCALA
150 TX = 20 : REM TRASLAZIONE X
160 TY = 12 : REM TRASLAZIONE Y
170 GOSUB 400
200 REM CALCOLO
210 FOR X1 = - P TO P STEP ST
220 Y1 = FN Y(X1)
250 X2 = X1 * S + TX
260 Y2 = Y1 * S + TY
270 REM ARROTONDAMENTO
280 X2 = INT (X2 + .5)
290 Y2 = INT (Y2 + .5)
300 REM VISUALIZZAZIONE
310 HTAB (X2) : VTAB (Y2)
320 PRINT "+"
330 NEXT : FOR I = 0 TO 2999 : NEXT
340 VTAB (23) : END
400 REM TRACCIAMENTO ASSI
410 HOME
420 FOR I = 1 TO 39 : VTAB (12) : HTAB (I)
430 PRINT "-": NEXT
440 FOR I = 1 TO 23 : HTAB (20) : VTAB (I)
450 PRINT "!": NEXT
460 RETURN

```

Figura 5 - Programma Demo $Y = Y(X)$ + Listing - le funzioni di trasformazione descritte nel testo sono nelle righe 250 e 260.

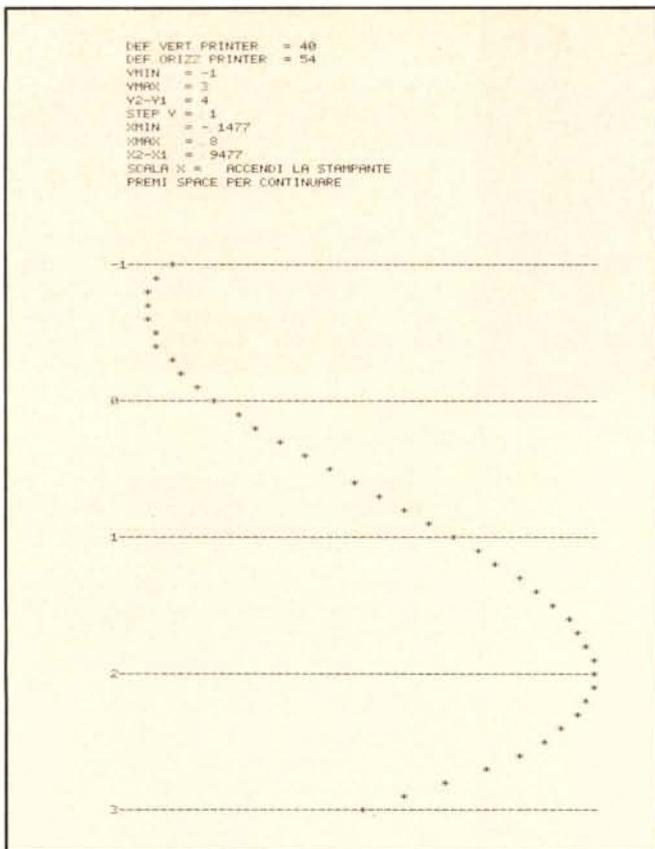


Figura 6 - Programma Printer + Output - in alto sono indicati i valori (che appaiono sul monitor) della "finestra" entro la quale vediamo il grafico.

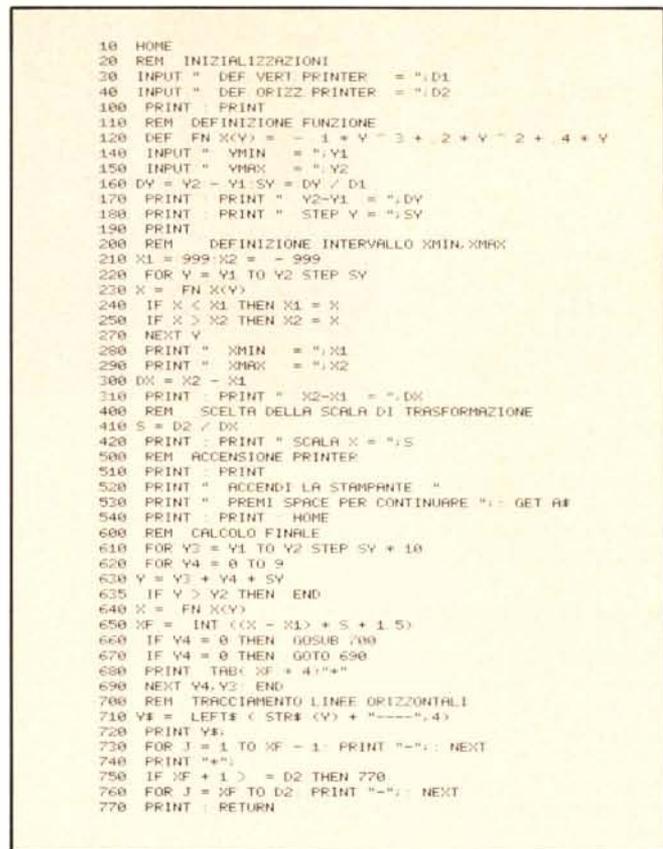


Figura 7 - Programma Printer + Listing - il programma "gira" con qualsiasi funzione univoca $X = X(Y)$, nel caso in esame elaboriamo una parabola del terzo ordine.

ti dall'esame visivo, ovvero tramite OUTPUT grafico, della funzione stessa.

Nel primo caso, tramite i procedimenti suggeriti dall'analisi matematica (vedi libri del liceo), si ottengono facilmente tutte le caratteristiche della curva (punti di zero, punti singolari ovvero punti di massimo e di minimo, flessi, ecc.) e i risultati che si ottengono sono le curve coppie di valori che assumono X e Y in corrispondenza di questi punti. Si può inoltre facilmente seguire passo passo l'andamento della funzione calcolando la Y per dati incrementi della X. Ad esempio:

```

10 DEF FN Y(X) = SIN (X)
20 FOR X = X1 TO X2 : Y = FN Y(X)
30 PRINT X, Y : NEXT
    
```

Queste semplici istruzioni permettono di individuare e in questo caso di stampare le varie coppie di valori che definiscono la funzione nell'intervallo stesso scelto.

Nel secondo caso, ovvero nel caso di esame tramite OUTPUT grafico della funzione $Y = Y(X)$, il procedimento di analisi è sostanzialmente simile, solo che le coppie di valori via via calcolate vanno trasformate in modo che siano visualizzabili sull'OUTPUT prescelto. Occorre quindi conoscere esattamente, nel momento in cui si predispone il programma, le caratteristiche del supporto OUTPUT che si vuole usare.

L'OUTPUT della funzione $Y = Y(X)$

Per comprendere concretamente i problemi che si incontrano nei programmi che visualizzano funzioni o disegni bidimensionali faremo riferimento a tre tipi di output differenti:

- output su STAMPANTE alfanumerica, 132 caratteri a 10 caratt./pollice in orizzontale, 66 caratteri a 6 caratt./pollice in verticale, ovvero 8712 caratteri su una pagina di 907,5 cmq, (9,6 car./cmq).
- output su monitor APPLE II 280 punti in orizzontale, 192 punti in verticale, ovvero 53760 punti su una superficie di circa 400 cmq (monitor da 12") pari a 135 punti/cmq.
- output su plotter WATANABE DIGI-PLOT (3600 punti in orizzontale 2400 punti in verticale, ovvero 8,64 milioni di punti su una superficie di 864 cmq (10000 punti/cmq.).

Già da questi dati puramente numerici si comprende come il programma di visualizzazione di una funzione, come qualunque programma grafico sia pesantemente condizionato dal tipo di output prescelto.

Il problema di uniformare il formato di uscita a quello reale di calcolo può essere facilmente risolto trasformando i dati di calcolo in dati visualizzabili tramite un fattore di scala da determinare con una opportuna subroutine.

Altri elementi che vanno considerati nel-

la stesura del programma sono la posizione e l'orientamento del sistema di riferimento, che devono essere concordi rispetto a quelli reali. In pratica anche questo problema si risolve facilmente traslando e cambiando (eventualmente) segno alle coordinate calcolate nel caso reale.

Altro problema è quello di rappresentare in uscita un sistema di riferimento corretto, ovvero che permetta una precisa valutazione dei dati interessanti, come i punti singolari della curva.

Vi sono poi i vincoli di programmazione rappresentati dalle caratteristiche tecniche dei vari tipi di unità output. Ad esempio la stampante permette solo avanzamenti lungo la X e lungo la Y della testa scrivente, non permette cioè di tornare indietro.

Per superare questa difficoltà ci sono due soluzioni. La prima consiste nel ruotare il grafico di 90 gradi in modo che il loop crescente della X si trasferisca sulla Y, e quindi diventi concorde con il verso di trascinamento della carta.

La seconda, che non fa uso di questi 'mezzucci', consiste nel fare in modo di sapere per ogni riga che si stampa quanti valori Y ci sono e in quali posizioni X si trovino. Questo si può ottenere caricando una matrice rettangolare con tutti i valori X e Y precalcolati e successivamente di analizzarla riga per riga e di stamparla.

Una ultima considerazione prima di esaminare qualche esempio pratico.

È inutile, quando si vuol realizzare un

Insomma, tra clienti e fornitori, registri e adempimenti di legge, finiva che non avevo neanche più il tempo di rispondere al telefono o di battere una relazione in santa pace.

Così sono andata dal capo e gli ho messo un aut-aut: "O mi prendete un'aiuto, oppure è uno sfascio," ho detto.

E dopo un po' di giorni viene qui il Concessionario Harden Commodore e mi dice: "Mi parli dei suoi problemi." Finalmente: lui e il capo hanno confabulato un po', poi è arrivato questo gioiello, il Sistema Commodore PET Serie 3001.

Mi ha insegnato ad usarlo, ha fatto i programmi e mi ha detto: "Qualunque cosa abbia

bisogno, un colpo di telefono e siamo lì in un lampo."

In una settimana siamo partiti.

II HARDEN
commodore

n° 1 in Microcomputer.

"Certo, anche adesso devo fare tutto io: primanota, pagamenti, banche, bilanci, e in più bolle di consegna, carico e scarico del magazzino, fatture. Ma da quando abbiamo "lui", faccio in un lampo."

*Configurazione base
COMMODORE PET 3032+
Floppy disc 3040+Stamp. L/20*



Job Line

HARDEN S.p.A. direzione commerciale 26048 SOSPIRO (CR) Tel. 0372/63136 Telex 320588 I

PIEMONTE E VAL D'AOSTA: Tel. 011/389328 332065 • LOMBARDIA: Tel. 02/4695467 • VENETO: Tel. 0444 563864 • FRIULI V. GIULIA: Tel. 040/793211 •
UDINE: Tel. 0432/291466 • TRENTO A.A.: Tel. 0471/24156 • LIGURIA: Tel. 0185/301032 • EMILIA ROMAGNA: Tel. 0544 30258 30081 • TOSCANA: Tel. 055/663696
• MARCHE: Tel. 071/9170564 • UMBRIA: Tel. 0761/224688 • LAZIO: Tel. 06-5916438 • ABRUZZI: Tel. 085 50883 • CAMPANIA: Tel. 0824 24168.21680 •
PUGLIE E BASILICATA: Tel. 0881/76111080/481327 • CALABRIA: Tel. 0984 71392 • SICILIA: Tel. 090 2928269 • SARDEGNA: Tel. 070 663746